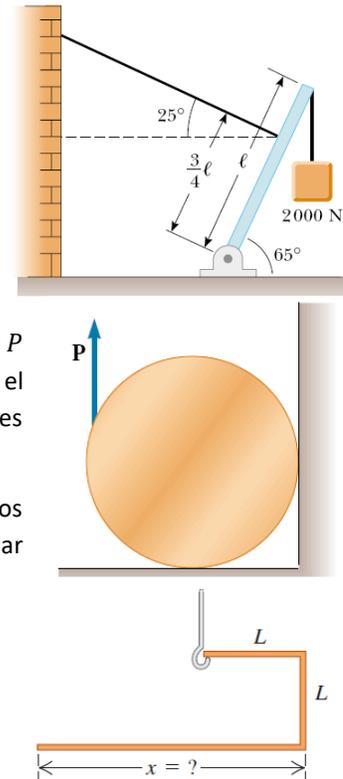


Segunda serie de problemas de Mecánica II

(Fecha de entrega: 09 de Febrero)

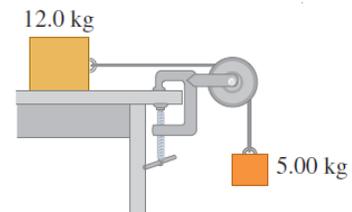
Sección 2.1. La torca y el equilibrio rotacional

1. Un pescante uniforme de $1200N$ se sostiene por medio de un cable, como se ilustra en la figura. El pescante gira alrededor de un pivote en la parte inferior, y un objeto de $2000N$ cuelga en su parte superior. Encuentre la tensión en el cable y las componentes de la fuerza de reacción ejercida por el pivote sobre el pescante.
2. La figura muestra una fuerza vertical aplicada tangencialmente a un cilindro uniforme de peso W . El coeficiente de fricción estática entre el cilindro y todas las superficies es μ_s . Encuentre, en función de W y μ_s , la máxima fuerza P que puede aplicarse sin ocasionar que gire el cilindro. (*Sugerencia:* Cuando el cilindro está a punto de deslizarse, ambas fuerzas de fricción están en sus valores máximos).
3. Una varilla de metal delgada y uniforme se dobla para formar tres segmentos perpendiculares, dos de los cuales tienen longitud L . Usted quiere determinar cuál debería ser la longitud del tercer segmento, de manera que la unidad quede colgando con dos segmentos horizontales cuando se apoye en un gancho, como se indica en la figura. Calcule x en términos de L .



Sección 2.2. La Segunda ley de Newton para la rotación

4. Una varilla horizontal delgada de longitud L y masa M pivotea alrededor de un eje vertical en un extremo. Una fuerza de magnitud constante F se aplica al otro extremo, haciendo que la varilla gire en un plano horizontal. La fuerza se mantiene perpendicular a la varilla y al eje de rotación. Calcule la magnitud de la aceleración angular de la varilla.
5. Una caja de $12.0kg$ que descansa sobre una superficie horizontal sin fricción está unida a un bloque de $5.00kg$ mediante un alambre delgado y ligero que pasa por una polea sin fricción (figura anexa). La polea tiene la forma de un disco sólido uniforme con una masa de $2.00kg$ y diámetro de $0.500m$. Después de que el sistema se libera, calcule (a) la tensión en el alambre en ambos lados de la polea, (b) la aceleración de la caja, y (c) las componentes horizontal y vertical de la fuerza que el eje ejerce sobre la polea.
6. En la *máquina de Atwood*, un bloque tiene una masa de $512g$ y el otro bloque una masa de $463g$. La polea, que está montada sobre cojinetes horizontales sin fricción, tiene un radio de $4.90cm$. Cuando se suelta del reposo se observa que el bloque más pesado cae $76.5cm$ en $5.11s$. (a) Calcule la inercia rotacional de la polea. (b) Con los datos proporcionados, ¿podría calcular la masa de la polea? En caso afirmativo, hágalo.
7. Una rueda de bicicleta tiene un diámetro de $64.0cm$ y una masa de $1.80kg$. Suponga que la rueda es un aro



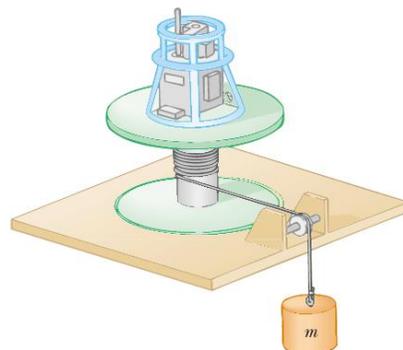
con toda su masa concentrada en el radio exterior. La bicicleta se sitúa en una plataforma estacionaria sobre unos rodillos, y se aplica una fuerza resistiva de $120N$ tangente al borde de la llanta. (a) Para brindar a la rueda una aceleración angular de 4.50 rad/s^2 , ¿qué fuerza se debe aplicar a una cadena que pasa por una “estrella” de 9.00cm de diámetro?; y (b) ¿qué fuerza se requiere si la cadena se cambia a una “estrella” de 5.60cm de diámetro?

Sección 2.3. Trabajo, potencia y energía para las rotaciones

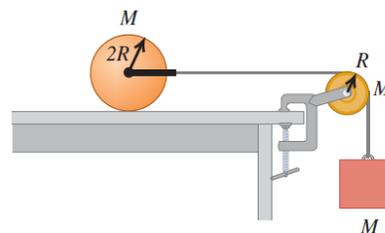
Sección 2.4. Movimientos de rotación y traslación combinados. Rodamiento

- Un disco sólido rueda sin resbalar en una superficie plana con rapidez constante de 2.50 m/s . (a) ¿Hasta qué altura puede subir por una rampa de 30.0° antes de parar? (b) Explique por qué su respuesta anterior no depende de la masa ni del radio del disco.
- Una lata de metal conteniendo una sopa condensada de champiñones tiene una masa de 215g , una altura de 10.8cm y un diámetro de 6.38cm . Se coloca en la parte alta de una rampa de 3.00m de largo que forma un ángulo de 25.0° con la horizontal. La lata se suelta partiendo del reposo de forma que rueda sin resbalar. Considerando que la energía se conserva, calcule el momento de inercia de la lata si le toma 1.50s llegar al punto más bajo de la rampa. ¿Qué datos son innecesarios para calcular la solución, si es que los hay?

- Este problema describe un método experimental para determinar el momento de inercia de un objeto con forma irregular, tal como la carga para un satélite. La figura muestra una masa m suspendida por un cordón enrollado alrededor de un carrete de radio r , que forma parte de una tornamesa que sostiene el objeto. Cuando la masa se suelta del reposo, descende una distancia h y adquiere una rapidez v . Muestre que el momento de inercia I del equipo (incluyendo la tornamesa) es $mr^2 \left(\frac{2gh}{v^2} - 1 \right)$.



- Un cilindro sólido uniforme de masa M y radio $2R$ descansa sobre una mesa horizontal, tal como se muestra en la figura. Se ata un hilo mediante un yugo a un eje sin fricción que pasa por el centro del cilindro de modo que este pueda girar. El hilo pasa por una polea con forma de disco de masa M y radio R montada en un eje sin fricción que pasa por su centro. Un bloque de masa M se suspende del extremo libre del hilo. El hilo no resbala en la polea y el cilindro rueda sin resbalar sobre la mesa. Si el sistema se libera desde el reposo, ¿qué aceleración hacia abajo tendrá el bloque?



Sección 2.5. Torca y Momento angular

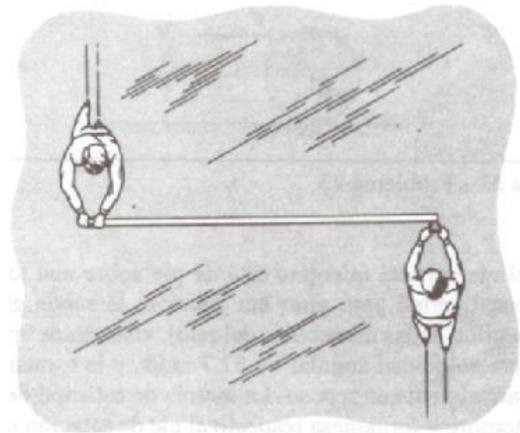
Sección 2.6. Conservación del momento angular

- En ciertas circunstancias, una estrella puede colapsarse formando un objeto extremadamente denso constituido principalmente por neutrones, llamado *estrella de neutrones*. La densidad de tales estrellas es unas 10^{14} veces mayor que la de la materia sólida ordinaria. Suponga que representamos la estrella como una esfera sólida rígida uniforme, tanto antes como después del colapso. El radio inicial era de $7.0 \times 10^5 \text{ km}$ (comparable al del Sol); y el final, de 16km . Si la estrella original giraba una vez cada 30 días, calcule la rapidez angular de la

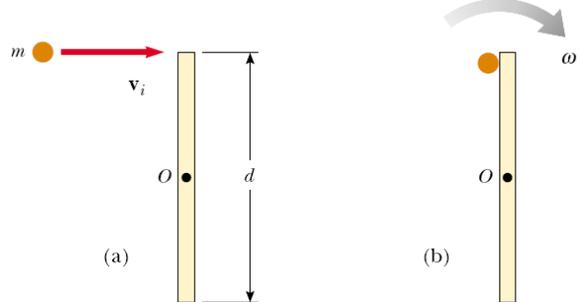
estrella de neutrones.

13. Una joven de 50.6kg de masa está de pie en el borde de un carrusel sin fricción de 827kg de masa y 3.72m de radio, que no se mueve. Arroja una piedra de 1.13kg en dirección horizontal tangente al borde externo del carrusel. En relación con el suelo, la rapidez de la piedra es de 7.82m/s . Calcule (a) la rapidez angular del carrusel; y (b) la velocidad lineal de la joven después de lanzar la piedra. Suponga que el carrusel es un disco uniforme.
14. Un palo uniforme tiene una masa de 4.42kg y una longitud de 1.23m . Inicialmente está extendido sobre una superficie horizontal sin fricción y es golpeado perpendicularmente por un disco de hule que le imparte una fuerza impulsiva horizontal de $12.8\text{N} \cdot \text{s}$ a una distancia de 46.4cm del centro. Determine el movimiento subsiguiente del palo.

15. Dos patinadores, cada uno de 51.2kg de masa, se acercan uno a otro en dos trayectorias paralelas a 2.92m de distancia. Tienen una velocidad igual y opuesta de 1.38m/s . El primer patinador lleva en sus manos un palo largo y ligero de 2.92m de longitud, y el segundo patinador toma el extremo de esta cuando pasa cerca de él (véase la figura). Suponga que el hielo no tiene fricción. (a) Describa cuantitativamente el movimiento de los patinadores después de que están unidos por la barra. (b) Ayudándose al jalar la barra, los patinadores reducen su separación a 0.940m , halle su velocidad angular entonces.

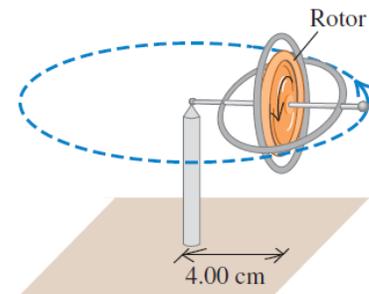


16. Un proyectil de masa m se mueve a la derecha con rapidez v_i . El proyectil golpea y queda fijo en el extremo de una barra estacionaria de masa M y longitud d que está articulada alrededor de un eje sin fricción que pasa por su centro O (tal como se muestra en la figura anexa). (a) Encuentre la rapidez angular del sistema justo después de la colisión. (b) Determine la pérdida fraccionaria de energía mecánica debida a la colisión.



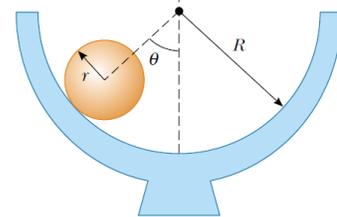
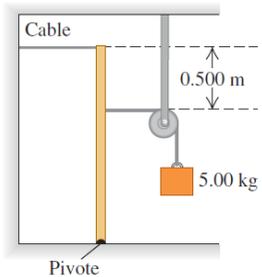
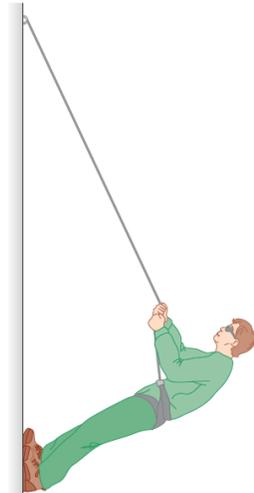
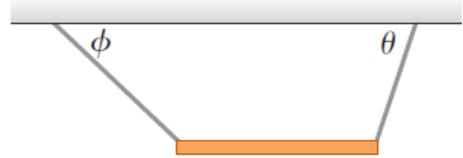
Sección 2.7. Giróscopos, trompos y movimiento de precesión

17. El rotor (volante) de un giróscopo de juguete tiene una masa de 0.140kg . Su momento de inercia alrededor de su eje es $1.20 \times 10^{-4}\text{kg} \cdot \text{m}^2$. La masa del marco es de 0.0250kg . El giróscopo se apoya en un solo pivote, tal como se muestra en la figura, con su centro de masa a una distancia horizontal de 4.00cm del pivote. El giróscopo precesa en un plano horizontal a razón de una revolución cada 2.20s . (a) Calcule la fuerza hacia arriba ejercida por el pivote. (b) Calcule la rapidez angular en RPM con que el rotor gira sobre su eje. (c) Copie el diagrama e indique con vectores el momento angular del rotor y la torca que actúa sobre él.



Problemas adicionales.

- Una viga de masa M y longitud L se apoya horizontalmente en sus extremos mediante dos cables que forman ángulos ϕ y θ con el techo horizontal (ver figura). (a) Demuestre que, si la viga es uniforme, estos dos ángulos deben ser iguales y que las tensiones en los cables también deben ser iguales. (b) Suponga ahora que el centro de gravedad está a $3L/4$ del extremo izquierdo de la viga. Demuestre que los ángulos no son completamente independientes sino que deben obedecer la ecuación $\tan \theta = 3 \tan \phi$.
- A menudo los alpinistas utilizan una cuerda para descender por la pared de un acantilado (lo cual se conoce como *rapel*). Colocan su cuerpo casi horizontal y sus pies empujando contra el risco (ver figura). Suponga que un alpinista, de 82kg y estatura de 1.90m con centro de gravedad a 1.1m de sus pies, desciende con cuerda por un risco vertical manteniendo su cuerpo levantado a 35.0° sobre la horizontal. Él sostiene la cuerda a 1.40m de sus pies y forma un ángulo de 25.0° con la pared del risco. ¿Qué tensión necesita soportar esta cuerda?
- Un poste delgado uniforme de 15.0kg y 1.75m de longitud se mantiene vertical mediante un cable y tiene unidos una masa de 5.00kg (como se indica en la figura) y un pivote en su extremo inferior. La cuerda unida a la masa de 5.00kg pasa por una polea sin masa y sin fricción, y tira perpendicularmente del poste. De repente, el cable se rompe. (a) Encuentre la aceleración angular del poste alrededor del pivote cuando el cable se rompe. (b) La aceleración angular calculada en el inciso (a) ¿permanece constante conforme el poste cae (antes de que golpee la polea)? ¿Por qué? (c) ¿Cuál es la aceleración de la masa de 5.00kg después de que el cable se rompe? ¿Dicha aceleración permanece constante? Explique su respuesta.
- Una esfera sólida y uniforme de radio r se coloca en la superficie interna de un cascarón hemisférico de radio R ($R \gg r$). La esfera se suelta a partir del reposo a un ángulo θ respecto a la vertical y rueda sin resbalar. Determine la rapidez angular de la esfera cuando pasa por el punto más bajo.



RESPUESTAS:

- (a) $T = 1465.0766\text{N}$; (b) $R_x = 1327.8104\text{N}$; y $R_y = 2580.8319\text{N}$.
- $P = \frac{(\mu + \mu^2)Fg}{2\mu^2 + \mu + 1}$.
- $x = 3L$.
- $\alpha = \frac{3F}{Ml}$.
- (a) $T_1 = 32.6892\text{N}$, $T_2 = 35.4128\text{N}$; (b) $a = 2.7241\text{ m/s}^2$; (c) $R_x = 32.6892\text{N}$, $R_y = 84.4460\text{N}$.
- $I = 0.01735\text{kg} \cdot \text{m}^2$.
- (a) $F = 871.7653\text{N}$; (b) $F = 1401.0514\text{N}$.
- (a) $d = 0.95598\text{m}$; (b) En el análisis energético, la masa y el radio se eliminan.

9.- $I = 1.21246 \times 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$.

10.- Demostración usando energía.

11.- $a = g/3$.

12.- $\omega_f = 4639.8182 \text{rad/s}$.

13.- (a) $\omega_f = -5.11836 \times 10^{-3} \text{rad/s}$; (b) $v_f = -0.01904 \text{m/s}$.

14.- Adquiere un movimiento traslacional paralelo a la fuerza, con una rapidez de 2.89593m/s y un movimiento rotacional alrededor de su centro de masa, con una rapidez angular de 10.65802rad/s .

15.- (a) Descripción. (b) $\omega_i = 0.94521 \text{rad/s}$; $\omega_f = 9.12087 \text{rad/s}$.

16.- (a) $\omega = \frac{6mv_i}{(M+3m)d}$; (b) $\frac{K_f - K_i}{K_i} = \frac{M}{M+3m}$.

17.- (a) $F_y = m_{\text{gir6scopo}}g = 1.6181 \text{N}$; (b) $\omega = 1803.4228 \text{rev/min}$; (c) Diagrama.