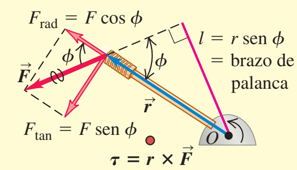
CAPÍTULO 10 RESUMEN

Torca: Cuando una fuerza $\vec{F}$ actúa sobre un cuerpo, la torca de esa fuerza con respecto a un punto O tiene una magnitud dada por el producto de la magnitud F de la fuerza y el brazo de palanca l. En términos más generales, la torca es un vector $\vec{\tau}$ igual al producto vectorial de $\vec{r}$ (el vector de posición del punto donde actúa la fuerza) y $\vec{F}$. (Véase el ejemplo 10.1.)

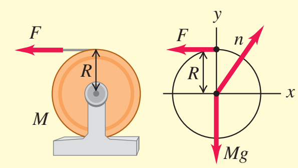
$$\tau = Fl \qquad (10.2)$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad (10.3)$$



Dinámica rotacional: El análogo rotacional de la segunda ley de Newton dice que la torca neta que actúa sobre un cuerpo es igual al producto del momento de inercia del cuerpo y su aceleración angular. (Véanse ejemplos 10.2 y 10.3.)

$$\sum \tau_z = I\alpha_z \qquad (10.7)$$



Traslación y rotación combinadas: Si un cuerpo rígido se mueve en el espacio al tiempo que gira, su movimiento puede considerarse como la conjunción de un movimiento traslacional del centro de masa y un movimiento rotacional en torno a un eje que pasa por el centro de masa. De esta manera, la energía cinética es la suma de una energía cinética traslacional y una rotacional. En dinámica la segunda ley de Newton describe el movimiento del centro de masa y el equivalente rotacional de esa ley describe la rotación en torno al centro de masa. En el caso de un cuerpo que rueda sin resbalar, existe una relación especial entre el movimiento del centro de masa y el movimiento rotacional. (Véanse los ejemplos 10.4 a 10.7.)

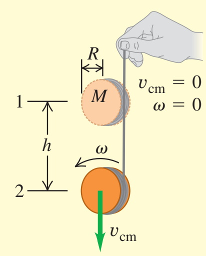
$$K = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 \qquad (10.8)$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{cm} \qquad (10.12)$$

$$\sum \tau_z = I_{cm}\alpha_z \qquad (10.13)$$

$$v_{cm} = R\omega \qquad (10.11)$$

(rodamiento sin deslizamiento)



Trabajo efectuado por una torca: Si una torca actúa sobre un cuerpo rígido que gira, efectúa trabajo sobre el cuerpo. Ese trabajo puede expresarse como una integral de la torca. El teorema trabajo-energía dice que el trabajo rotacional total efectuado sobre un cuerpo rígido es igual al cambio de energía cinética rotacional. La potencia, o rapidez con que la torca efectúa trabajo, es el producto de la torca y la velocidad angular. (Véanse los ejemplos 10.8 y 10.9.)

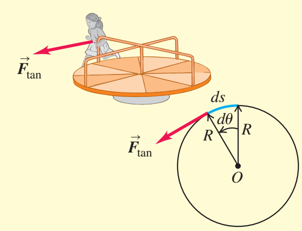
$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau_z \, d\theta \qquad (10.20)$$

$$W = \tau_z(\theta_2 - \theta_1) = \tau_z \Delta\theta \qquad (10.21)$$

(sólo torca constante)

$$W_{tot} = \frac{1}{2}I\omega_2^2 - \frac{1}{2}I\omega_1^2 \qquad (10.22)$$

$$P = \tau_z\omega_z \qquad (10.23)$$



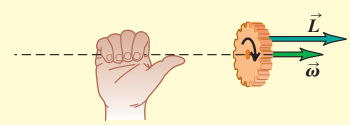
Momento angular: El momento angular de una partícula con respecto a un punto O es el producto vectorial del vector de posición $\vec{r}$ de la partícula con respecto a O y a su momento lineal $\vec{p} = m\vec{v}$. Si un cuerpo simétrico gira alrededor de un eje de simetría estacionario, su momento angular es el producto de su momento de inercia y su vector de velocidad angular $\vec{\omega}$. Si el cuerpo no es simétrico o el eje de rotación (z) no es un eje de simetría, la componente del momento angular sobre el eje de rotación es $I\omega_z$. (Véase el ejemplo 10.10.)

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} \qquad (10.24)$$

(partícula)

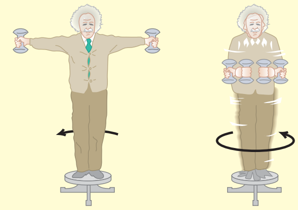
$$\vec{L} = I\vec{\omega} \qquad (10.28)$$

(cuerpo rígido que gira en torno a un eje de simetría)



Dinámica rotacional y momento angular: La torca externa neta sobre un sistema es igual a la rapidez de cambio de su momento angular. Si la torca externa neta que actúa sobre el sistema es cero, el momento angular total del sistema es constante (se conserva). (Véanse ejemplos 10.11 a 10.15.)

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad (10.29)$$



Términos clave

movimiento traslacional, *316*
línea de acción, *317*
brazo de palanca (brazo de momento), *317*
torca, *317*
traslación y rotación combinadas, *323*
rodar sin deslizar, *324*
momento angular, *331*
principio de conservación del momento angular, *333*
precesión, *337*
rapidez angular de precesión, *388*

Respuesta a la pregunta de inicio de capítulo ?

Cuando el acróbata está en el aire, la torca neta que actúa sobre su centro de masa es cero. Por lo tanto, el momento angular de su cuerpo (el producto del momento de inercia I y la rapidez angular ω) en torno al centro de masa se mantiene constante. Al estirar sus extremidades, el acróbata aumenta I, así que ω disminuye; si encoge las extremidades, I disminuye y ω aumenta.

Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

10.1 Respuesta: ii) La fuerza P actúa a lo largo de una línea vertical, de manera que el brazo de palanca es la distancia horizontal desde A hasta la línea de acción. Ésta es la componente horizontal de la distancia L, que es $L\cos\theta$. Por lo tanto, la magnitud de la torca es el producto de la magnitud de la fuerza P y el brazo de palanca $L\cos\theta$, o $\tau = PL\cos\theta$.

10.2 Respuesta: iii), ii), i) Para que el objeto colgante de masa m_2 acelere hacia abajo, la fuerza neta sobre él debe ser hacia abajo. Por lo tanto, la magnitud m_2g de la fuerza del peso hacia abajo debe ser mayor que la magnitud T_2 de la fuerza de tensión hacia arriba. Para que la polea tenga aceleración angular en sentido horario, la torca neta sobre la polea debe ser en sentido horario. La tensión T_2 tiende a girar la polea en sentido horario, en tanto que la tensión T_1 tiende a girar la polea en sentido antihorario. Ambas fuerzas de tensión tienen el mismo brazo de palanca R, de manera que hay una torca T_2R en sentido horario y una torca T_1R en sentido antihorario. Para que la torca neta sea en sentido horario, T_2 debe ser mayor que T_1. Por consiguiente, $m_2g > T_2 > T_1$.

10.3 Respuestas: *a*) ii), *b*) i) Si usted vuelve a realizar los cálculos del ejemplo 10.6 con un cilindro hueco (momento de inercia $I_{cm} = MR^2$ en vez de un cilindro sólido (momento de inercia $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$), usted encontrará $a_{cm\text{-}y} = \frac{1}{2}g$ y $T = \frac{1}{2}Mg$ (en vez de $a_{cm\text{-}y} = \frac{2}{3}g$ y $T = \frac{1}{3}Mg$ para un cilindro sólido). Por lo tanto, la aceleración es menor aunque la tensión sea mayor. Usted puede llegar a la misma conclusión sin efectuar el cálculo. Mayor momento de inercia significa que el cilindro hueco girará más lentamente y, por consiguiente, rodará hacia abajo más lentamente. Para hacer más lento el movimiento descendente, se requiere una mayor fuerza de tensión hacia abajo para oponerse a la fuerza de gravedad hacia abajo.

10.4 Respuesta: iii) Aplicamos la misma torca durante el mismo desplazamiento angular a ambos cilindros. Entonces, por la ecuación (10.21), efectuamos la misma cantidad de trabajo sobre los dos cilindros y les impartimos la misma energía cinética a ambos. (El que tiene menor momento de inercia desarrolla la mayor rapidez angular, aunque eso no es lo que se preguntó. Compare con el ejemplo conceptual 6.5 de la sección 6.2.)

10.5 Respuestas: a) no, b) sí Al dar vuelta al círculo la pelota, la magnitud de $\vec{p} = m\vec{v}$ no cambia (la rapidez es constante), pero su dirección sí lo hace, así que el vector de momento lineal no es constante. Sin embargo, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ *sí es* constante: la pelota mantiene una magnitud constante (la rapidez y la distancia perpendicular entre la mano y la pelota no cambian) y una dirección constante (sobre el eje de rotación, perpendicular al plano de movimiento de la pelota). El momento lineal cambia porque una fuerza neta $\vec{F}$ actúa sobre la pelota (hacia el centro del círculo). El momento angular no cambia porque no hay torca neta; el vector $\vec{r}$ apunta de la mano a la pelota, y la fuerza $\vec{F}$ que actúa sobre la pelota apunta hacia la mano, de modo que el producto vectorial $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ es cero.

10.6 Respuesta: i) En ausencia de torcas externas, el momento angular de la Tierra $L_z = I\omega_z$ permanecería constante. El hielo derretido se movería de los polos al ecuador (es decir, se alejaría del eje de rotación del planeta) y el momento de inercia I de la Tierra aumentaría un poco. Por lo tanto, la velocidad angular ω_z disminuiría ligeramente y el día duraría un poco más.

10.7 Respuesta: iii) Aumentar al doble la masa del volante duplicaría tanto su momento de inercia I como su peso w, así que la razón I/w no cambiaría. La ecuación (10.33) dice que la rapidez angular de precesión depende de esta razón, así que el valor de Ω *no* cambiaría.

PROBLEMAS

Preguntas para análisis

P10.1. Al apretar los pernos de la cabeza de los cilindros de un motor automotriz, la cantidad crítica es la *torca* aplicada a los pernos. ¿Por qué la torca es más importante que la *fuerza* real aplicada al mango de la llave?

P10.2. ¿Una sola fuerza aplicada a un cuerpo puede alterar tanto su movimiento de traslación como su movimiento rotacional? Explique por qué.

P10.3. Suponga que usted puede usar cualquier tipo de ruedas en el diseño de un carrito de 4 ruedas, sin motor para carreras cuesta abajo, partiendo del reposo. Respetando las reglas de peso total del vehículo y el conductor, ¿conviene usar ruedas grandes y masivas, o ruedas pequeñas y ligeras? ¿Conviene usar ruedas sólidas o ruedas con la mayoría de la masa en el borde? Explique por qué.

P10.4. Un automóvil con tracción en las cuatro ruedas acelera hacia delante partiendo del reposo. Demuestre la dirección en que giran las ruedas del vehículo y cómo esto origina una fuerza de fricción debida al pavimento, que acelera el auto hacia delante.

P10.5. Los ciclistas experimentados dicen que reducir el peso de una bicicleta es más efectivo si se hace en las ruedas que en el cuadro (marco). ¿Por qué reducir el peso en las ruedas sería más fácil para el ciclista que reducir la misma cantidad en el cuadro?

P10.6. Cuanto mayor sea la fuerza que se aplica al frenar conduciendo un auto hacia adelante, más bajará el frente del auto (y más subirá la parte de atrás). ¿Por qué? ¿Qué sucede al acelerar hacia adelante? ¿Por qué los vehículos de arrancones no usan sólo tracción delantera?

P10.7. Cuando una equilibrista camina en la cuerda floja, extiende sus brazos hacia los lados. Esto le facilita recuperarse en caso de inclinarse hacia un lado o hacia el otro. Explique cómo funciona esto. [*Sugerencia:* piense en la ecuación (10.7).]

P10.8. Al encenderse un motor eléctrico, tarda más en alcanzar su rapidez final si hay una rueda de afilar conectada al eje. ¿Por qué?

P10.9. Los buenos cocineros saben si un huevo está crudo o cocido haciéndolo rodar por una pendiente (y atrapándolo abajo). ¿Cómo es posible esto? ¿En qué se fijan?

P10.10. El trabajo efectuado por una fuerza es un producto de fuerza y distancia. La torca debida a una fuerza es un producto de fuerza y distancia. ¿Implica esto que la torca y el trabajo sean equivalentes? Explique por qué.

P10.11. Imagine que usted pertenece a un despacho de ingenieros y un cliente importante le lleva una esfera preciada porque quiere saber si es hueca o sólida. Él ha probado dándole golpecitos, pero eso no lo ha sacado de dudas. Diseñe un experimento sencillo y de bajo costo que pueda efectuar rápidamente, sin dañar la valiosa esfera, para averiguar si es hueca o sólida.

P10.12. Usted hace dos versiones del mismo objeto hecho del mismo material que tiene densidad uniforme. Para una versión, todas las dimensiones son exactamente del doble que la otra. Si actúa la misma torca en ambas versiones, dando a la más pequeña una aceleración angular α, ¿cuál será la aceleración angular de la versión más grande en términos de α?

P10.13. Dos masas idénticas están unidas a poleas sin fricción mediante cordeles muy delgados, enrollados alrededor del borde de la polea, y se liberan partiendo del reposo. Ambas poleas tienen la misma masa y el mismo diámetro, pero una es sólida y la otra es un aro. Conforme las masas caen, ¿en qué caso es mayor la tensión en el cordón, o es la misma en ambos casos? Justifique su respuesta.

P10.14. La fuerza de gravedad actúa sobre el bastón de la figura 10.11. Las fuerzas producen torcas que alteran la velocidad angular de un cuerpo. Entonces, ¿por qué es constante la velocidad angular del bastón en la figura?

P10.15. Cierta esfera sólida uniforme alcanza una altura máxima h_0 cuando rueda cuesta arriba sin deslizarse. ¿Qué altura máxima (en términos de h_0) alcanzará si *a*) se duplica su diámetro, *b*) se duplica su masa, *c*) se duplican tanto su diámetro como su masa, *d*) se duplica su rapidez angular en la base de la pendiente?

P10.16. Una rueda está rodando sin resbalar en una superficie horizontal. En un marco de referencia inercial en el que la superficie está en reposo, ¿hay algún punto de la rueda con velocidad puramente vertical? ¿Hay algún punto con componente horizontal de velocidad opuesta a la velocidad del centro de masa? Explique su respuesta. ¿Cambian sus respuestas si la rueda resbala al rodar? ¿Por qué?

P10.17. Parte de la energía cinética de un automóvil que avanza está en el movimiento rotacional de sus ruedas. Al aplicarse los frenos a fondo en una calle con hielo, las ruedas se "bloquean" y el auto comienza a deslizarse. ¿Qué pasa con la energía cinética rotacional?

P10.18. Un aro, un cilindro sólido uniforme, un casco esférico y una esfera sólida uniforme se sueltan del reposo en la parte alta de una pendiente. ¿En qué orden llegan a la base de la pendiente? ¿Importa si las masas y los radios de los objetos son iguales o no? Explique su respuesta.

P10.19. Una esfera rueda con rapidez v sin resbalar sobre una superficie horizontal, cuando llega a una colina que se alza con un ángulo constante sobre la horizontal. ¿En cuál caso alcanzará mayor altura: si la colina tiene suficiente fricción para evitar deslizamientos o si la colina es perfectamente lisa? En ambos casos, justifique sus respuestas en términos de conservación de la energía y de la segunda ley de Newton.

P10.20. Imagine que, en la Casa de la Risa de una feria, usted está de pie en el centro de una mesa giratoria horizontal grande, que comienza a girar libremente sobre cojinetes sin fricción (ningún motor la impulsa). Si camina hacia el borde de la mesa giratoria, ¿qué pasa con el momento angular combinado de usted y la mesa? ¿Qué sucede con la rapidez de rotación de la mesa? Explique su respuesta.

P10.21. Calentamiento global. Conforme la temperatura en nuestro planeta sigue aumentando, el hielo de los polos se derretirá y se incorporará a los océanos. ¿Qué efecto tendrá esto en la duración del día? (*Sugerencia:* consulte un mapa para ver dónde están los océanos.)

P10.22. Una partícula puntual viaja en línea recta con rapidez constante y la distancia más cercana que parte del origen de las coordenadas es una distancia l. Con respecto a este origen, ¿la partícula tiene momento lineal cero? Conforme la partícula se mueve en línea recta, ¿cambia su momento angular con respecto al origen?

P10.23. En el ejemplo 10.11 (sección 10.6), la rapidez angular ω cambia, lo que implica una aceleración angular distinta de cero. Sin embargo, no hay torca alrededor del eje de rotación, si las fuerzas que el profesor aplica a las mancuernas se dirigen radialmente hacia adentro. Entonces, por la ecuación (10.7), α_z debe ser cero. Explique el error de este razonamiento que lleva a una aparente contradicción.

P10.24. En el ejemplo 10.11 (sección 10.6) la energía cinética rotacional del profesor y las mancuernas aumenta. Sin embargo, como no hay torcas externas, no se efectúa trabajo para alterar la energía cinética rotacional. Entonces, por la ecuación (10.22), ¡la energía cinética no debe cambiar! Explique el error de este razonamiento que lleva a una aparente contradicción. ¿*De dónde* sale la energía cinética adicional?

P10.25. Como vimos en la sección 10.6, el momento angular de una trapecista se conserva al dar vueltas en el aire. ¿Se conserva su momento lineal? ¿Por qué?

P10.26. Si usted detiene un huevo crudo en rotación durante el instante más corto que pueda y lo vuelve a soltar, el huevo comenzará a girar otra vez. Si hace lo mismo con un huevo duro, éste se quedará detenido. Inténtelo y explíquelo.

P10.27. Un helicóptero tiene un rotor principal grande que gira en un plano horizontal y proporciona sustentación. También hay un rotor pequeño en la cola que gira en un plano vertical. ¿Para qué sirve? (*Sugerencia:* si no hubiera rotor de cola, ¿qué pasaría cuando el piloto alterara la rapidez angular del rotor principal?) Algunos helicópteros no tienen rotor de cola pero tienen dos rotores principales grandes que giran en un plano horizontal. ¿Por qué es importante que los dos rotores principales giren en direcciones opuestas?

P10.28. En un diseño de giróscopo común, el volante y su eje se encierran en un marco esférico ligero con el volante en el centro. El giróscopo se equilibra entonces sobre un pivote, de modo que el volante esté directamente encima del pivote. ¿El giróscopo precesa si se suelta mientras el volante está girando? Explique su respuesta.

P10.29. Un giróscopo tarda 3.8 s en precesar 1.0 revolución alrededor de un eje vertical. Dos minutos después, sólo tarda 1.9 s en precesar 1.0 revolución. Nadie tocó el giróscopo. Explique por qué.

P10.30. Un giróscopo precesa como en la figura 10.32. ¿Qué sucede si agregamos suavemente peso al extremo del eje del volante opuesto al pivote?

P10.31. Una bala sale de un rifle girando sobre su eje. Explique cómo esto evita que la bala dé volteretas y mantiene la punta dirigida hacia adelante.

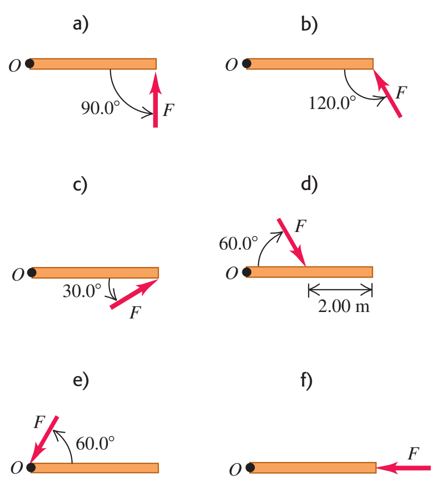
P10.32. Cierta tornamesa uniforme de diámetro D_0 tiene momento angular L_0. Si usted quiere volver a diseñarla de manera que conserve la misma masa, pero tenga el doble de momento angular con la misma velocidad angular que antes, ¿cuál debería ser su diámetro en términos de D_0?

Ejercicios

Sección 10.1 Torca

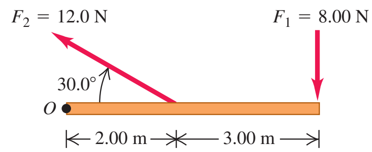
10.1. Calcule la torca (magnitud y dirección) alrededor del punto O debido a la fuerza $\vec{F}$ en cada una de las situaciones mostradas en la figura 10.37. En todos los casos, la fuerza $\vec{F}$ y la varilla están en el plano de la página, la varilla mide 4.00 m de largo y la fuerza tiene magnitud $F = 10.0$ N.

Figura **10.37** Ejercicio 10.1.



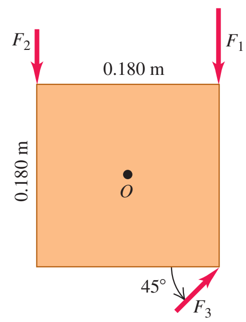
10.2. Calcule la torca neta alrededor del punto O para las dos fuerzas aplicadas como en la figura 10.38. La varilla y las dos fuerzas están en el plano de la página.

Figura **10.38** Ejercicio 10.2.



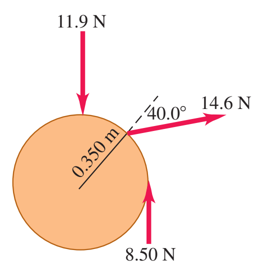
10.3. Una placa metálica cuadrada de 0.180 m por lado pivotea sobre un eje que pasa por el punto O en su centro y es perpendicular a la placa (figura 10.39). Calcule la torca neta alrededor de este eje debido a las tres fuerzas mostradas en la figura, si sus magnitudes son $F_1 = 18.0$ N, $F_2 = 26.0$ N y $F_3 = 14.0$ N. La placa y todas las fuerzas están en el plano de la página.

Figura **10.39** Ejercicio 10.3.



10.4. Se aplican tres fuerzas a una rueda con radio de 0.350 m, como se indica en la figura 10.40. Una fuerza es perpendicular al borde, otra es tangente a éste y la otra forma un ángulo de 40.0° con el radio. ¿Cuál es la torca neta sobre la rueda debido a estas tres fuerzas para un eje perpendicular a la rueda y que pasa por su centro?

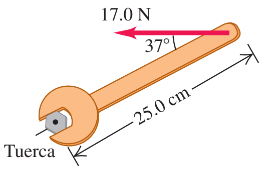
Figura **10.40** Ejercicio 10.4.



10.5. Una fuerza que actúa sobre una pieza mecánica es $\vec{F} = (-5.00\text{ N})\hat{\imath} + (4.00\text{ N})\hat{\jmath}$. El vector del origen al punto de aplicación de la fuerza es $\vec{r} = (-0.450\text{ m})\hat{\imath} + (0.150\text{ m})\hat{\jmath}$. *a*) Haga un dibujo que muestre $\vec{r}$, $\vec{F}$, y el origen. *b*) Use la regla de la mano derecha para determinar la dirección de la torca. *c*) Calcule el vector de la torca vectorial producido por la fuerza. Verifique que la dirección de la torca sea la misma que obtuvo en el inciso *b*).

10.6. Un maquinista usa una llave inglesa para aflojar una tuerca. La llave tiene 25.0 cm de longitud y él ejerce una fuerza de 17.0 N en el extremo del mango, formando un ángulo de 37° con éste (figura 10.41). *a*) ¿Qué torca ejerce el maquinista alrededor del centro de la tuerca? *b*) ¿Cuál es la torca máxima que el maquinista podría ejercer con esta fuerza y cómo debería orientarse la fuerza?

Figura **10.41** Ejercicio 10.6.

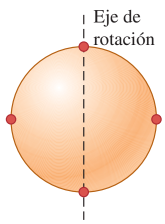


Sección 10.2 Torca y aceleración angular de un cuerpo rígido

10.7. El volante de un motor tiene momento de inercia de $2.50\ \mathrm{kg \cdot m^2}$ alrededor de su eje de rotación. ¿Qué torca constante se requiere para que alcance una rapidez angular de 400 rev/min en 8.00 s, partiendo del reposo?

10.8. Un casco esférico uniforme de 8.40 kg y 50.0 cm de diámetro tiene cuatro masas pequeñas de 2.00 kg pegadas a su superficie exterior, a distancias equidistantes. Esta combinación gira en torno a un eje que pasa por el centro de la esfera y dos de las masas pequeñas (figura 10.42). ¿Qué torca por fricción se requiere para reducir la rapidez angular del sistema, de 75.0 rpm a 50.0 rpm en 30.0 s?

Figura **10.42** Ejercicio 10.8.



10.9. Una pieza de maquinaria tiene la forma de una esfera sólida uniforme con masa de 225 g y diámetro de 3.00 cm, y gira alrededor de un eje sin fricción que pasa por su centro; sin embargo, en un punto de su ecuador roza contra un metal, lo cual produce una fuerza de fricción de 0.0200 N en ese punto. *a*) Calcule su aceleración angular. *b*) ¿Cuánto tiempo requerirá para disminuir su rapidez rotacional en 22.5 rad/s?

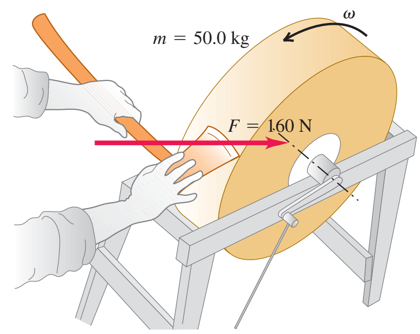
10.10. Un cordón se enrolla en el borde de una rueda sólida uniforme de 0.250 m de radio y masa de 9.20 kg. Se tira del cordón con una fuerza horizontal constante de 40.0 N hacia la derecha, quitándolo tangencialmente de la rueda, la cual está montada con cojinetes sin fricción en un eje horizontal que pasa por su centro. *a*) Calcule la aceleración angular de la rueda y la aceleración de la parte del cordón que ya se haya retirado de la rueda. *b*) Encuentre la magnitud y la dirección de la fuerza que el eje ejerce sobre la rueda. *c*) ¿Por qué las respuestas a los incisos *a*) y *b*) cambiarían si el tirón fuera hacia arriba en vez de horizontal?

10.11. Un cilindro uniforme sólido con masa de 8.25 kg y diámetro de 15.0 cm gira a 220 rpm sobre un eje delgado sin fricción, que pasa a lo largo del eje del cilindro. Se diseña un freno de fricción sencillo para detener el cilindro empujando el freno contra el borde exterior con una fuerza normal. El coeficiente de fricción cinética entre el freno y el borde es de 0.333. ¿Qué fuerza normal debe aplicarse para detener el cilindro después de girar 5.25 revoluciones?

10.12. Una piedra cuelga del extremo libre de un cable enrollado en el borde exterior de una polea, como se muestra en la figura 10.10. La polea es un disco uniforme con masa de 10.0 kg y 50.0 cm de radio, que gira sobre cojinetes sin fricción. Se determina que la piedra recorre 12.6 m en los primeros 3.00 s partiendo del reposo. Calcule *a*) la masa de la piedra y *b*) la tensión en el cable.

10.13. Una piedra de afilar en forma de disco sólido con 0.520 m de diámetro y masa de 50.0 kg gira a 850 rev/min. Usted presiona una hacha contra el borde de la piedra con una fuerza normal de 160 N (figura 10.43), y la piedra se detiene en 7.50 s. Calcule el coeficiente de fricción entre el hacha y la piedra. Ignore la fricción de los cojinetes.

Figura **10.43** Ejercicio 10.13 y problema 10.53.

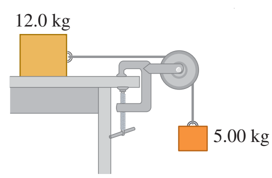


10.14. Una cubeta con agua de 15.0 kg se suspende de una cuerda ligera, enrollada en un cilindro sólido de 0.300 m de diámetro y masa de 12.0 kg. El cilindro pivotea en un eje sin fricción que pasa por su centro. La cubeta se suelta del reposo en el borde de un pozo y cae 10.0 m al agua. *a*) ¿Qué tensión hay en la cuerda mientras la cubeta cae? *b*) ¿Con qué rapidez golpea la cubeta el agua? *c*) ¿Cuánto tarda en caer? *d*) Mientras la cubeta cae, ¿qué fuerza ejerce el eje sobre el cilindro?

10.15. Un libro de 2.00 kg descansa en una superficie horizontal sin fricción. Un cordel atado al libro pasa por una polea de 0.150 m de diámetro, y está atado en su otro extremo a un libro colgante con masa de 3.00 kg. El sistema se suelta del reposo y se observa que los libros se mueven 1.20 m en 0.800 s. *a*) Calcule la tensión en cada sección del cordel. *b*) Calcule el momento de inercia de la polea con respecto a su eje de rotación.

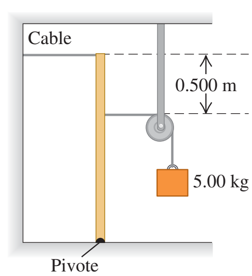
10.16. Una caja de 12.0 kg que descansa sobre una superficie horizontal sin fricción está unida a un peso de 5.00 kg con un alambre delgado y ligero que pasa por una polea sin fricción (figura 10.44). La polea tiene la forma de un disco sólido uniforme con masa de 2.00 km y diámetro de 0.500 m. Después de que el sistema se libera, calcule *a*) la tensión en el alambre en ambos lados de la polea, *b*) la aceleración de la caja, y *c*) las componentes horizontal y vertical de la fuerza que el eje ejerce sobre la polea.

Figura **10.44** Ejercicio 10.16.



10.17. Un poste delgado uniforme de 15.0 kg y 1.75 m de longitud se mantiene vertical mediante un cable y tiene unidos una masa de 5.00 kg (como se indica en la figura 10.45) y un pivote en su extremo inferior. La cuerda unida a la masa de 5.0 kg pasa por una polea sin masa y sin fricción, y tira perpendicularmente del poste. De repente, el cable se rompe. *a*) Encuentre la aceleración angular del poste alrededor del pivote cuando el cable se rompe. *b*) La aceleración angular calculada en el inciso *a*) permanece constante conforme el poste cae (antes de que golpee la polea)? ¿Por qué? *c*) ¿Cuál es la aceleración de la masa de 5.00 kg después de que el

Figura **10.45** Ejercicio 10.17.



cable se rompe? ¿Dicha aceleración permanece constante? Explique su respuesta.

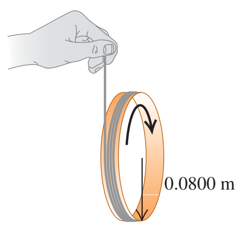
10.18. Una varilla horizontal delgada de longitud l y masa M pivotea alrededor de un eje vertical en un extremo. Una fuerza de magnitud constante F se aplica al otro extremo, haciendo que la varilla gire en un plano horizontal. La fuerza se mantiene perpendicular a la varilla y al eje de rotación. Calcule la magnitud de la aceleración angular de la varilla.

Sección 10.3 Rotación de un cuerpo rígido alrededor de un eje móvil

10.19. Un aro de 2.20 kg y de 1.20 m de diámetro rueda hacia la derecha sin deslizarse sobre un piso horizontal a 3.00 rad/s constantes. *a*) ¿Qué tan rápido se mueve su centro? *b*) ¿Cuál es la energía cinética total del aro? *c*) Calcule el vector de velocidad de cada uno de los siguientes puntos, vistos por una persona en reposo en el suelo: i) el punto más alto del aro; ii) el punto más bajo del aro; iii) un punto al lado derecho del aro, a la mitad de la distancia entre la parte superior y la parte inferior. *d*) Calcule el vector de velocidad de cada uno de los puntos del inciso *c*), con excepción del visto por alguien que se mueve con la misma velocidad que el aro.

10.20. Se enrolla un cordel varias veces en el borde de un aro pequeño de 8.00 cm de radio y masa de 0.180 kg. El extremo libre del cordel se sostiene fijo y el aro se suelta del reposo (figura 10.46). Después de que el aro ha descendido 75.0 cm, calcule: *a*) la rapidez angular del aro al girar y *b*) la rapidez de su centro.

Figura 10.46 Ejercicio 10.20 y problema 10.72.



10.21. ¿Qué fracción de la energía cinética total es rotacional para los siguientes objetos que ruedan sin resbalar por una superficie horizontal? *a*) Un cilindro sólido uniforme, *b*) Una esfera uniforme, *c*) Una esfera hueca de paredes delgadas, *d*) un cilindro hueco con radio exterior R y radio interior $R/2$.

10.22. Un casco esférico hueco con masa de 2.00 kg rueda sin resbalar bajando una pendiente de 38.0°. *a*) Calcule: la aceleración, la fuerza de fricción y el coeficiente de fricción mínimo para que no resbale. *b*) ¿Cómo cambiarían sus respuestas al inciso *a*) si la masa se aumentara al doble (4.00 kg)?

10.23. Una esfera sólida se suelta del reposo y baja por una ladera que forma un ángulo de 65.0° abajo de la horizontal. *a*) ¿Qué valor mínimo debe tener el coeficiente de fricción estática entre la ladera y la esfera para que no haya deslizamiento? *b*) ¿El coeficiente de fricción calculado en el inciso *a*) bastaría para evitar que una esfera hueca (como un balón de fútbol) resbale? Justifique su respuesta. *c*) En el inciso *a*), ¿por qué usamos el coeficiente de fricción estática y no el coeficiente de fricción cinética?

10.24. Una canica uniforme baja rodando por un tazón simétrico, partiendo del reposo en el borde izquierdo. El borde está una distancia h arriba del fondo del tazón. La mitad izquierda del tazón es lo bastante áspera como para que la canica ruede sin resbalar, pero la mitad derecha no tiene fricción porque está lubricada con aceite. *a*) ¿Qué altura alcanzará la canica en el lado resbaloso, medida verticalmente desde el fondo? *b*) ¿Qué altura alcanzaría la canica si el lado derecho fuera tan áspero como el izquierdo? *c*) ¿Cómo explica el hecho de que la canica alcance *más altura* en el lado derecho con fricción que sin fricción?

10.25. Una rueda de 392 N se desprende de un camión en movimiento, rueda sin resbalar por una carretera y, al llegar al pie de una colina, gira a 25.0 rad/s. El radio de la rueda es de 0.600 m y su momento de inercia alrededor de su eje de rotación es de 0.800 MR^2. La fricción efectúa trabajo sobre la rueda mientras ésta sube la colina hasta que se detiene a una altura h sobre el pie de la colina; ese trabajo tiene valor absoluto de 3500 J. Calcule h.

10.26. Bola que rueda cuesta arriba. Una bola de bolos (boliche) sube rodando sin resbalar por una rampa que forma un ángulo β con la horizontal. (Véase ejemplo 10.7, sección 10.3.) Trate la bola como esfera sólida uniforme, sin tomar en cuenta los agujeros. *a*) Dibuje el diagrama de cuerpo libre de la bola. Explique por qué la fricción debe tener dirección *cuesta arriba*. *b*) ¿Qué aceleración tiene el centro de masa de la bola? *c*) ¿Qué coeficiente de fricción estática mínimo se necesita para que la bola no resbale?

Sección 10.4 Trabajo y potencia en movimiento rotacional

10.27. Un carrusel (tiovivo) con 2.40 m de radio tiene momento de inercia de 2100 kg · m^2 alrededor de un eje vertical que pasa por su centro y gira con fricción despreciable. *a*) Un niño aplica una fuerza de 18.0 N tangencialmente al borde durante 15.0 s. Si el carrusel estaba inicialmente en reposo, ¿qué rapidez angular tiene al final de los 15.0 s? *b*) ¿Cuánto trabajo efectuó el niño sobre el carrusel? *c*) ¿Qué potencia media le suministró el niño?

10.28. El motor proporciona 175 hp a la hélice de un avión a 2400 rev/min. *a*) ¿Cuánta torca proporciona el motor del avión? *b*) ¿Cuánto trabajo realiza el motor en una revolución de la hélice?

10.29. Una rueda de afilar de 1.50 kg con forma de cilindro sólido tiene 0.100 m de radio. *a*) ¿Qué torca constante la llevará del reposo a una rapidez angular de 1200 rev/min en 2.5 s? *b*) ¿Qué ángulo habrá girado en ese tiempo? *c*) Use la ecuación (10.21) para calcular el trabajo efectuado por la torca . *d*) ¿Qué energía cinética tiene la rueda al girar a 1200 rev/min? Compare esto con el resultado del inciso *c*).

10.30. Un motor eléctrico consume 9.00 kJ de energía eléctrica en 1.00 min. Si un tercio de la energía se pierde en forma de calor y otras formas de energía interna del motor, y el resto se da como potencia al motor, ¿cuánta torca desarrollará este motor si usted lo pone a 2500 rpm?

10.31. Las puntas de carburo de los dientes de corte de una sierra circular están a 8.6 cm del eje de rotación. *a*) La rapidez sin carga de la sierra, cuando no está cortando, es de 4800 rev/min. ¿Por qué es despreciable la potencia desarrollada sin carga? *b*) Al cortar madera, la rapidez angular de la sierra baja a 2400 rev/min, y la potencia desarrollada es de 1.9 hp. ¿Qué fuerza tangencial ejerce la madera sobre las puntas de carburo?

10.32. La hélice de un avión tiene longitud de 2.08 m (de punta a punta) y masa de 117 kg. Al arrancarse, el motor del avión aplica una torca constante de 1950 N · m a la hélice, que parte del reposo. *a*) Calcule la aceleración angular de la hélice, tratándola como varilla delgada. (Véase la tabla 9.2.) *b*) Calcule la rapidez angular de la hélice después de 5.00 revoluciones. *c*) ¿Cuánto trabajo efectúa el motor durante las primeras 5.00 revoluciones? *d*) ¿Qué potencia media desarrolla el motor durante las primeras 5.00 revoluciones? *e*) ¿Qué potencia instantánea desarrolla el motor en el instante en que la hélice ha girado 5.00 revoluciones?

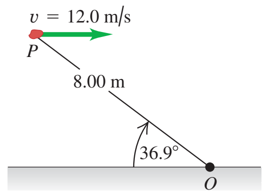
10.33. *a*) Calcule la torca producida por un motor industrial que desarrolla 150 kW a una rapidez angular de 4000 rev/min. *b*) Un tambor de 0.400 m de diámetro y masa despreciable se conecta al eje del motor, y la potencia del motor se utiliza para levantar un peso que cuelga de una cuerda enrollada en el tambor. ¿Qué peso máximo puede levantar el motor, con rapidez constante? *c*) ¿Con qué rapidez subirá el peso?

Sección 10.5 Momento angular

10.34. Una mujer con masa de 50 kg está parada en el borde de un disco grande, con masa de 110 kg y radio de 4.0 m, que gira a 0.50 rev/s alrededor de un eje que pasa por su centro. Calcule la magnitud del momento angular total del sistema mujer-disco. (Suponga que la mujer puede tratarse como punto.)

10.35. Una piedra de 2.00 kg tiene una velocidad horizontal con magnitud de 12.0 m/s cuando está en el punto P de la figura 10.47. *a*) ¿Qué momento angular (magnitud y dirección) tiene con respecto a O en ese instante? *b*) Suponiendo que la única fuerza que actúa sobre la piedra es su peso, calcule la rapidez del cambio (magnitud y dirección) de su momento angular en ese instante.

Figura 10.47 Ejercicio 10.35.



10.36. *a*) Calcule la magnitud del momento angular de la Tierra en órbita alrededor del Sol. ¿Es razonable considerar a la Tierra como partícula? *b*) Calcule la magnitud del momento angular de la Tierra debida a su rotación en torno a un eje que pasa por los polos norte y sur, tratando a la Tierra como una esfera uniforme. Consulte el Apéndice E y los datos astronómicos del Apéndice F.

10.37. Calcule la magnitud del momento angular del segundero de un reloj alrededor de un eje que pasa por el centro de la carátula, si tal manecilla tiene una longitud de 15.0 cm y masa de 6.00 g. Trate la manecilla como una varilla delgada que gira con velocidad angular constante alrededor de un extremo.

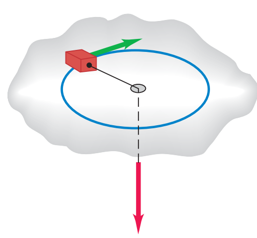
10.38. Una esfera hueca de pared delgada con masa de 12.0 kg y diámetro de 48.0 cm gira alrededor de un eje que pasa por su centro. El ángulo (en radianes) con el que gira en función del tiempo (en segundos) está dado por $\theta(t) = At^2 + Bt^4$, donde A tiene valor numérico de 1.50 y B tiene valor numérico de 1.10. *a*) ¿Cuáles son las unidades de las constantes A y B? *b*) En el instante t = 3.00 s, calcule i) el momento angular de la esfera y ii) la torca neta de la esfera.

Sección 10.6 Conservación del momento angular

10.39. En ciertas circunstancias, una estrella puede colapsarse formando un objeto extremadamente denso constituido principalmente por neutrones y llamado *estrella de neutrones*. La densidad de tales estrellas es unas 10^{14} veces mayor que la de la materia sólida ordinaria. Suponga que representamos la estrella como esfera sólida rígida uniforme, tanto antes como después del colapso. El radio inicial era de 7.0×10^5 km (comparable al del Sol); y el final, de 16 km. Si la estrella original giraba una vez cada 30 días, calcule la rapidez angular de la estrella de neutrones.

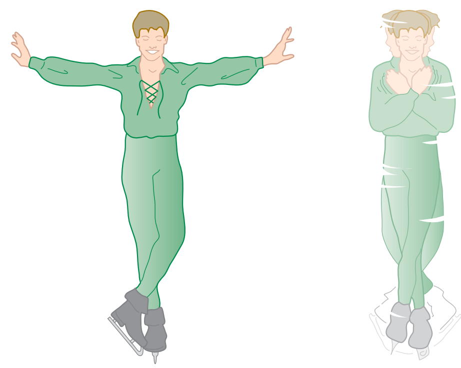
10.40. Un bloque pequeño de 0.0250 kg en una superficie horizontal sin fricción está atado a un cordón sin masa que pasa por un agujero en la superficie (figura 10.48). El bloque inicialmente está girando a una distancia de 0.300 m del agujero, con rapidez angular de 1.75 rad/s. Ahora se tira del cordón desde abajo, acortando el radio del círculo que describe el bloque a 0.150 m. El bloque puede tratarse como partícula. *a*) ¿Se conserva el momento angular del bloque? ¿Por qué? *b*) ¿Qué valor tiene ahora la rapidez angular? *c*) Calcule el cambio de energía cinética del bloque. *d*) ¿Cuánto trabajo se efectuó al tirar del cordón?

Figura 10.48 Ejercicio 10.40, problema 10.92 y problema de desafío 10.103.



10.41. Patinador que gira. Los brazos estirados de un patinador que prepara un giro pueden considerarse como una varilla delgada que pivotea sobre un eje que pasa por su centro (figura 10.49). Cuando los brazos se juntan al cuerpo para ejecutar el giro, se pueden considerar como un cilindro hueco de pared delgada. Los brazos y las manos tienen una masa combinada de 8.0 kg; estirados, abarcan 1.8 m; y encogidos, forman un cilindro con 25 cm de radio. El momento de inercia del resto del cuerpo alrededor del eje de rotación es constante e igual a 0.40 kg · m². Si la rapidez angular original del patinador es de 0.40 rev/s, ¿cuál es la rapidez angular final?

Figura 10.49 Ejercicio 10.41.



10.42. Una clavadista sale del trampolín con los brazos hacia arriba y las piernas hacia abajo, lo que le confiere un momento de inercia alrededor de su eje de rotación de 18 kg · m². Luego, ella forma una pequeña bola, reduciendo su momento de inercia a 3.6 kg · m² y gira dos revoluciones completas en 1.0 s. Si no se hubiera encogido, ¿cuántas revoluciones habría girado en los 1.5 s que tarda en caer desde el trampolín al agua?

10.43. Una tornamesa de madera de 120 kg con forma de disco plano tiene 2.00 m de radio y gira inicialmente alrededor de un eje vertical, que pasa por su centro, a 3.00 rad/s. De repente, un paracaidista de 70.0 kg se posa suavemente sobre la tornamesa en un punto cerca del borde. *a*) Calcule la rapidez angular de la tornamesa después de que el paracaidista se posa en ella. (Suponga que puede tratarse al paracaidista como partícula.) *b*) Calcule la energía cinética del sistema antes y después de la llegada del paracaidista. ¿Por qué no son iguales estas energías?

10.44. Una puerta de madera sólida de 1.00 m de ancho y 2.00 m de alto tiene las bisagras en un lado y una masa total de 40.0 kg. La puerta, que inicialmente está abierta y en reposo, es golpeada en su centro por un puñado de lodo pegajoso con masa de 0.500 kg, que viaja en dirección perpendicular a la puerta a 12.0 m/s justo antes del impacto. Calcule la rapidez angular final de la puerta. ¿Es apreciable la aportación del lodo al momento de inercia?

10.45. Un bicho de 10.0 g está parado en el extremo de una barra delgada uniforme que inicialmente está en reposo en una mesa horizontal lisa. El otro extremo de la barra pivotea en torno a un clavo incrustado en la mesa, y puede girar libremente sin fricción. La masa de la barra es de 50.0 g, y su longitud de 100 cm. El bicho salta en dirección horizontal, perpendicular a la barra, con rapidez de 20.0 cm/s relativa a la mesa. *a*) Calcule la rapidez angular de la barra inmediatamente después del salto del insecto retozón. *b*) Calcule la energía cinética total del sistema inmediatamente después del salto. *c*) ¿De dónde proviene la energía?

10.46. ¡Choque de asteroide! Suponga que un asteroide que viaja en línea recta hacia el centro de la Tierra fuera a estrellarse contra nuestro planeta en el ecuador y se incrustaría apenas por debajo de la superficie. En términos de la masa terrestre M, ¿cuál tendría que ser la masa de dicho asteroide para el día que se vuelva 25.0% más grande de lo que actualmente es como resultado del choque? Suponga que el asteroide es muy pequeño en comparación con la Tierra y que ésta es un todo uniforme.

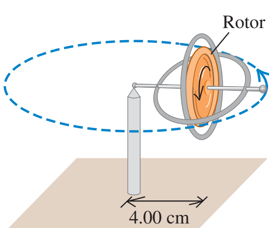
10.47. Una barra metálica delgada y uniforme, de 2.00 m de longitud y con un peso de 90.0 N, cuelga verticalmente del techo en un pivote sin fricción colocado en el extremo superior. De repente, una pelota de 3.00 kg, que viaja inicialmente a 10.0 m/s en dirección horizontal, golpea la barra 1.50 m abajo del techo. La pelota rebota en dirección opuesta con rapidez de 6.00 m/s. *a*) Calcule la rapidez angular de la barra inmediatamente después del choque. *b*) Durante el choque, ¿por qué se conserva el momento angular pero no el momento lineal?

Sección 10.7 Giróscopos y precesión

10.48. Dibuje una vista superior del giróscopo de la figura 10.32. *a*) Dibuje flechas rotuladas para $\vec{\omega}$, $\vec{L}$ y $\vec{\tau}$. Dibuje $d\vec{L}$ producido por $\vec{\tau}$. Dibuje $\vec{L} + d\vec{L}$. Determine el sentido de precesión examinando las direcciones de $\vec{L}$ y $\vec{L} + d\vec{L}$. *b*) Invierta la dirección de la velocidad angular del rotor y repita todos los pasos del inciso *a*). *c*) Mueva el pivote al otro extremo del eje, con la misma dirección de velocidad angular que en el inciso *b*), y repita todos los pasos. *d*) Con el pivote como en el inciso *c*), invierta la velocidad angular del rotor y repita todos los pasos.

10.49. El rotor (volante) de un giróscopo de juguete tiene una masa de 0.140 kg. Su momento de inercia alrededor de su eje es 1.20×10^{-4} kg $\cdot$ m^2. La masa del marco es de 0.0250 kg. El giróscopo se apoya en un solo pivote (figura 10.50) con su centro de masa a una distancia horizontal de 4.00 cm del pivote. El giróscopo precesa en un plano horizontal a razón de una revolución cada 2.20 s. *a*) Calcule la fuerza hacia arriba ejercida por el pivote. *b*) Calcule la rapidez angular en rpm con que el rotor gira sobre su eje. *c*) Copie el diagrama e indique con vectores el momento angular del rotor y la torca que actúa sobre él.

Figura **10.50** Ejercicio 10.49.



10.50. Un giróscopo en la Luna. Cierto giróscopo precesa a razón de 0.50 rad/s cuando se utiliza en la Tierra. Si se transportara a una base lunar, donde la aceleración debida a la gravedad es de $0.165g$, ¿cuál sería su tasa de precesión?

10.51. Un giróscopo precesa alrededor de un eje vertical. Describa qué pasa con la rapidez angular de precesión si se efectúan los siguientes cambios, sin alterar las demás variables: *a*) se duplica la rapidez angular del volante; *b*) se duplica el peso total; *c*) se duplica el momento de inercia del volante alrededor de su eje; *d*) se duplica la distancia del pivote al centro de gravedad. *e*) ¿Qué sucede si se duplican simultáneamente las cuatro variables de los incisos *a*) a *d*)?

10.52. La Tierra precesa una vez cada 26,000 años y gira sobre su eje una vez al día. Estime la magnitud de la torca que causa tal precesión. Quizá necesite datos del Apéndice F. Haga la estimación suponiendo que: i) la Tierra es una esfera uniforme y ii) la precesión de la Tierra es como la del giróscopo de la figura 10.34. En este modelo, el eje de precesión y el de rotación son perpendiculares. En realidad, el ángulo entre estos dos ejes para la Tierra es de sólo $23\frac{1}{2}°$; esto afecta la torca calculada en un factor de casi 2.

Problemas

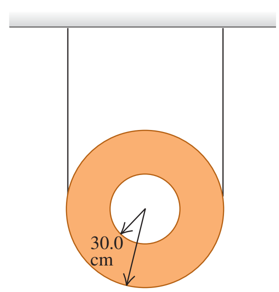
10.53. Una piedra de afilar de 50.0 kg es un disco sólido de 0.520 m de diámetro. Se empuja una hacha contra el borde con una fuerza normal de 160 N (figura 10.43). El coeficiente de fricción cinética entre la piedra y el hacha es de 0.60, y hay una torca por fricción constante de 6.50 N $\cdot$ m entre el eje de la piedra y sus cojinetes. *a*) ¿Qué fuerza debe aplicarse tangencialmente al extremo de una manivela impulsora de 0.500 m para llevar la piedra del reposo a 120 rev/min en 9.00 s? *b*) Una vez que la piedra alcanza esa rapidez angular, ¿qué fuerza tangencial se tendría que aplicar al extremo de la manivela impulsora para mantenerla a una rapidez angular constante de 120 rev/min? *c*) ¿Cuánto tiempo tarda la piedra en detenerse, si sólo la fricción del eje actúa sobre ella y está girando a 120 rev/min?

10.54. Una rueda experimental de bicicleta se coloca en un banco de pruebas, de modo que pueda girar libremente sobre su eje. Se ejerce una torca neta constante de 5.00 N $\cdot$ m a la rueda durante 2.00 s, aumentando la rapidez angular de la rueda de 0 a 100 rev/min. Luego, se deja de aplicar la torca externa y la fricción en los cojinetes de la rueda detiene a ésta en 125 s. Calcule: *a*) el momento de inercia de la rueda alrededor del eje de rotación; *b*) la torca de fricción; *c*) el número total de revoluciones que la rueda gira en ese lapso de 125 s.

10.55. Velocímetro. El velocímetro de un automóvil convierte la rapidez angular de las ruedas a rapidez lineal del auto, suponiendo que los neumáticos son de tamaño estándar y no hay deslizamiento sobre el pavimento. *a*) Si los neumáticos estándares de un automóvil tienen 24 pulgadas de diámetro, ¿a qué tasa (en rpm) giran las ruedas cuando se maneja en carretera a una rapidez de 60 mi/h? *b*) Suponga que se instalan neumáticos demasiado grandes, de 30 pulgadas de diámetro, en el vehículo. ¿Qué tan rápido viajará realmente cuando el velocímetro marque 60 mi/h? *c*) Si ahora los neumáticos se cambian por unos más pequeños de 20 pulgadas de diámetro, ¿cuál será la lectura del velocímetro cuando realmente se viaje a 50 mi/h?

10.56. Un disco hueco uniforme tiene dos trozos de alambre delgado ligero que se enrollan alrededor de su borde exterior y están sujetos al techo (figura 10.51). De repente, se rompe uno de los alambres, y el alambre que queda no se desliza conforme el disco rueda hacia abajo. Utilice la conservación de la energía para calcular la rapidez del centro de este disco, después de que haya caído una distancia de 1.20 m.

Figura **10.51** Problema 10.56.



10.57. Una barra delgada y uniforme de 3.80 kg y 80.0 cm de longitud tiene pegadas esferas muy pequeñas de 2.50 kg en cada uno de sus extremos (figura 10.52). La barra está apoyada horizontalmente en un eje delgado y sin fricción que para por su centro y es perpendicular a ella. De repente, la esfera del lado derecho se despega y se cae, aunque la otra permanece pegada a la barra. *a*) Calcule la aceleración angular de la barra justo después de que la esfera se cae. *b*) ¿La aceleración angular permanece constante mientras la barra continua balanceándose? Si no es así, ¿aumentará o disminuirá? *c*) Obtenga la velocidad angular de la barra justo cuando se balance por su posición vertical.

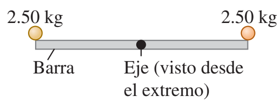


Figura 10.52 Problema 10.57.

10.58. Elena la "Exterminadora" está explorando un castillo. Un dragón la ve y la persigue por un pasillo. Elena se mete en una habitación y trata de cerrar la pesada puerta antes de que el dragón la atrape. Inicialmente, la puerta es perpendicular a la pared, así que debe girar 90° para cerrarse. La puerta tiene 3.00 m de altura y 1.25 m de anchura, y pesa 750 N. Puede despreciarse la fricción en las bisagras. Si Elena aplica una fuerza de 220 N al borde de la puerta, perpendicular a ella, ¿cuánto tardará en cerrarla?

10.59. Una varilla delgada de longitud l está sobre el eje $+x$ con su extremo izquierdo en el origen. Un cordón tira de ella con una fuerza $\vec{F}$ dirigida hacia un punto P una distancia h arriba de la varilla. ¿En qué punto de la varilla debería atarse el cordón para lograr la torca máxima alrededor del origen si P está: *a*) arriba del extremo derecho de la varilla? *b*) ¿Arriba del extremo izquierdo? *c*) ¿Arriba del centro?

10.60. Equilibrismo. Una bolita de arcilla con masa M está pegada a un extremo de una varilla larga, delgada y uniforme de (la misma) masa M y longitud L. *a*) Ubique la posición del centro de masa del sistema varilla-arcilla y márquela en un dibujo de la varilla. *b*) Se equilibra cuidadosamente la varilla en una mesa sin fricción, de modo que esté parada verticalmente, con el extremo que no tiene arcilla tocando la mesa. Ahora la varilla se inclina formando un ángulo pequeño θ con la vertical. Determine su aceleración angular en este instante, suponiendo que el extremo sin arcilla no pierde contacto con la mesa. (*Sugerencia:* véase la tabla 9.2.) *c*) Se equilibra otra vez la varilla en la mesa sin fricción de modo que esté parada verticalmente, pero ahora con el extremo que *tiene* la arcilla tocando la superficie. Otra vez, la varilla se inclina formando un ángulo pequeño θ con la vertical. Determine su aceleración angular en ese instante, suponiendo que la arcilla permanece en contacto con la mesa. Compare su resultado con el que obtuvo en el inciso *b*). *d*) Un taco de billar es una varilla que tiene un extremo grueso y se adelgaza continuamente hasta el otro extremo. Es fácil equilibrar un taco verticalmente sobre un dedo, si el extremo delgado está en contacto con el dedo; sin embargo, resulta mucho más difícil si el extremo que está en contacto con el dedo es el grueso. Explique esta diferencia.

10.61. Se ata un cordón ligero a un punto en el borde de un disco vertical uniforme de radio R y masa M. El disco puede girar sin fricción alrededor de un eje horizontal fijo que pasa por su centro. Inicialmente, el disco está en reposo con el cordón atado al punto más alto del disco. Se tira del cordón con una fuerza horizontal constante $\vec{F}$ hasta que el disco ha girado exactamente un cuarto de revolución, y luego se suelta. *a*) Use la ecuación (10.20) para calcular el trabajo hecho por el cordón. *b*) Use la ecuación (6.14) para calcular el trabajo hecho por el cordón. ¿Obtiene el mismo resultado que en el inciso *a*)? *c*) Determine la rapidez angular final del disco. *d*) Determine la aceleración tangencial máxima de un punto del disco. *e*) Determine la aceleración radial (centrípeta) máxima de un punto del disco.

10.62. El mecanismo de la figura 10.53 sirve para sacar una caja de 50 kg con provisiones de la bodega de un barco. Una cuerda está enrollada en un cilindro de madera que gira sobre un eje metálico. El cilindro tiene un radio de 0.25 m y un momento de inercia $I = 2.9\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$ alrededor del eje. La caja cuelga del extremo libre de la cuerda. Un extremo del eje pivotea sobre cojinetes sin fricción; una manivela está unida al otro extremo. Cuando se gira la manivela, el extremo del mango gira alrededor del eje en un círculo vertical de 0.12 m de radio, el cilindro gira y la caja sube. ¿Qué magnitud de la fuerza $\vec{F}$ aplicada tangencialmente a la manivela se necesita para levantar la caja con una aceleración de 0.80 m/s^2? (Pueden despreciarse la masa de la cuerda, así como los momentos de inercia del eje y la manivela.)

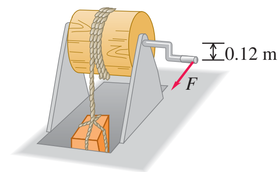


Figura 10.53 Problema 10.62.

10.63. Un rollo de 16.0 kg de papel con radio R = 18.0 cm descansa contra la pared sostenido por un soporte unido a una varilla que pasa por el centro del rollo (figura 10.54). La varilla gira sin fricción en el soporte, y el momento de inercia del papel y la varilla alrededor del eje es de $0.260\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$. El otro extremo del soporte está unido a la pared mediante una bisagra sin fricción, de modo que el soporte forma un ángulo de 30.0° con la pared. El peso del soporte es despreciable. El coeficiente de fricción cinética entre el papel y la pared es $\mu_k = 0.25$. Se aplica una fuerza vertical constante F = 40.0 N al papel, que se desenrolla. *a*) ¿Qué magnitud tiene la fuerza que la varilla ejerce sobre el rollo de papel al desenrollarse éste? *b*) ¿Qué aceleración angular tiene el rollo?

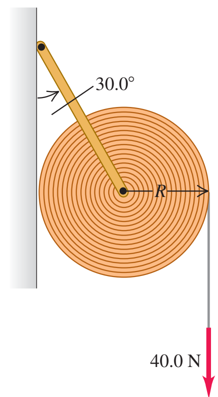


Figura 10.54 Problema 10.63.

10.64. Un bloque con masa m = 5.00 kg baja deslizándose por una superficie inclinada 36.9° con respecto a la horizontal (figura 10.55). El coeficiente de fricción cinética es 0.25. Un cordón atado al bloque está enrollado en un volante con masa de 25.0 kg y con su eje fijo en O, y momento de inercia con respecto al eje de $0.500\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$. El cordón tira sin resbalar a una distancia perpendicular de 0.200 m con respecto a ese eje. *a*) ¿Qué aceleración tiene el bloque? *b*) ¿Qué tensión hay en el cordón?

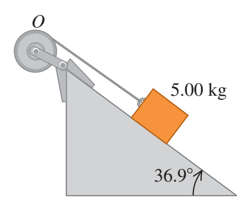


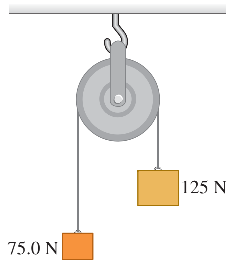
Figura 10.55 Problema 10.64.

10.65. Dos discos metálicos, uno con radio R_1 = 2.50 cm y masa M_1 = 0.80 kg y el otro con radio R_2 = 5.00 cm y masa M_2 = 1.60 kg, se sueldan entre sí y se montan en un eje sin fricción que pasa por su centro común, como en el problema 9.89. a) Un cordón ligero se enrolla en el borde del disco menor, y un bloque de 1.50 kg se cuelga del extremo libre del cordón. ¿Qué magnitud tiene la aceleración hacia abajo del bloque una vez que se suelta? *b*) Repita el cálculo del inciso *a*), ahora con el cordón enrollado en el borde del disco mayor. ¿En qué caso es mayor la aceleración del bloque? ¿Es lógica la respuesta?

10.66. Se tira de un aplanador en forma de cilindro hueco con pared delgada y masa M, aplicando una fuerza horizontal constante F a un mango sujeto al eje. Si el aplanador rueda sin resbalar, calcule la aceleración y la fuerza de fricción.

10.67. Dos pesos están conectados por un cordón flexible muy ligero, que pasa por una polea sin fricción de 50.0 N y radio de 0.300 m. La polea es un disco sólido uniforme y está apoyada de un gancho unido al techo (figura 10.56). ¿Qué fuerza ejerce el techo sobre el gancho?

Figura 10.56 Problema 10.67.

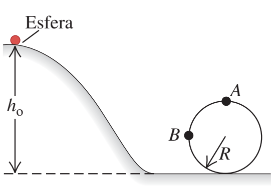


10.68. Un disco sólido rueda sin resbalar en una superficie plana con rapidez constante de 2.50 m/s. *a*) ¿Hasta qué altura puede subir por una rampa de 30.0° antes de parar? *b*) Explique por qué su respuesta anterior no depende de la masa ni del radio del disco.

10.69. El yoyo. Un yoyo consiste en dos discos uniformes, cada uno con masa m y radio R, conectados por un eje ligero de radio b. Un cordón ligero se enrolla varias veces en el eje y luego se sostiene fijo mientras el yoyo se libera del reposo, cayendo al desenrollarse el hilo. Calcule las aceleraciones lineal y angular del yoyo, y la tensión en el cordón.

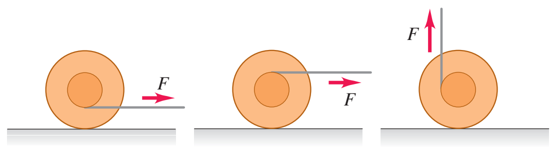
10.70. Un esfera hueca de pared delgada, con masa m y radio r, parte del reposo y rueda hacia abajo sin deslizarse por la pista que se muestra en la figura 10.57. Los puntos A y B están en la parte circular de la pista, cuyo radio es R. El diámetro de la esfera es muy pequeño comparado con h_0 y R, y la fricción de rodamiento es despreciable. *a*) ¿Cuál es la altura mínima h_0 para la cual esta esfera dará una vuelta completa a la parte circular de la pista? *b*) ¿Qué tan fuerte empuja la pista sobre la esfera en el punto B, que está al mismo nivel que el centro del círculo? *c*) Suponga que la pista no tiene fricción y que la esfera se suelta desde la misma altura h_0 que usted obtuvo en el inciso *a*). ¿Daría la vuelta completa al bucle? ¿Cómo lo sabe? *d*) En el inciso *c*), ¿qué tan fuerte empuja la pista sobre la esfera en el punto A, la cima del círculo? ¿Qué tan fuerte empujó sobre la esfera en el inciso *a*)?

Figura 10.57 Problema 10.70.



10.71. La figura 10.58 muestra tres yoyos idénticos que inicialmente están en reposo en una superficie horizontal. Se tira del cordel de cada uno en la dirección indicada. Siempre hay suficiente fricción para que el yoyo ruede sin resbalar. Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada yoyo. ¿En qué dirección girará cada uno? Explique sus respuestas.

Figura 10.58 Problema 10.71.

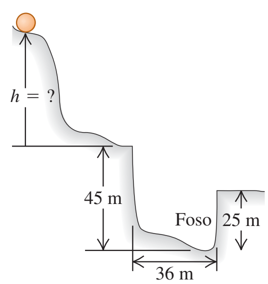


10.72. Como se muestra en la figura 10.46, un cordón está enrollado varias vueltas en el borde de un aro con radio de 0.0800 m y masa de 0.180 kg. Se tira hacia arriba del extremo libre del aro, de forma tal que el aro no se mueve verticalmente mientras el cordón se desenrolla. *a*) Calcule la tensión en el hilo mientras se desenrolla. *b*) Determine la aceleración angular del aro durante el desenrollado del cordón. *c*) Calcule la aceleración hacia arriba de la mano que tira del extremo libre del cordón. *d*) ¿Cómo cambiarían sus respuestas si el aro se sustituyera por un disco sólido con los mismos masa y radio?

10.73. Partiendo del reposo, se aplica una fuerza constante $F = 100$ N al extremo libre de un cable de 50 m, que está enrollado en el borde exterior de un cilindro sólido uniforme de 4.00 kg con diámetro de 30.0 cm, en una situación similar a la de la figura 10.9a. El cilindro puede girar libremente en torno a un eje fijo, sin fricción, que pasa por su centro. *a*) ¿Cuánto tarda en desenrollarse todo el cable y con qué rapidez se está moviendo éste en el instante en que termina de desenrollarse? *b*) Suponga ahora que, en vez de un cilindro, se usa un aro uniforme, pero sin alterar ninguna de las cantidades dadas. ¿Las respuestas a la pregunta del inciso *a*) serían valores más altos o más bajos en este caso? Explique su respuesta.

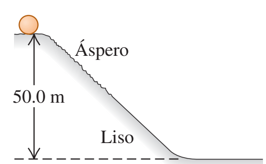
10.74. Una canica uniforme baja rodando sin resbalar por el trayecto de la figura 10.59, partiendo del reposo. *a*) Calcule la altura mínima h que evita que la canica caiga en el foso. *b*) El momento de inercia de la canica depende de su radio. Explique por qué la respuesta al inciso *a*) no depende del radio de la canica. *c*) Resuelva el inciso *a*) para un bloque que se desliza sin fricción, en vez de una canica que rueda. Compare la h mínima en este caso con la respuesta al inciso *a*).

Figura 10.59 Problema 10.74.



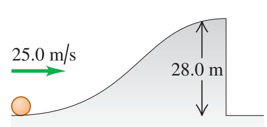
10.75. Piedras rodantes. Un peñasco esférico, sólido y uniforme, parte del reposo y baja rodando por la ladera de una colina de 50.0 m de altura (figura 10.60). La mitad superior de la colina es lo bastante áspera como para que el peñasco ruede sin resbalar; sin embargo, la mitad inferior está cubierta de hielo y no hay fricción. Calcule la rapidez de traslación del peñasco al llegar al pie de la colina.

Figura 10.60 Problema 10.75.



10.76. Una esfera sólida uniforme rueda sin resbalar subiendo una colina, como se muestra en la figura 10.61. En la cima, se está moviendo horizontalmente y después se cae por un acantilado vertical. *a*) ¿A qué distancia del pie del acantilado cae la esfera y con qué rapidez se está moviendo justo antes de tocar el suelo? *b*) Observe que, al tocar tierra la esfera,

Figura 10.61 Problema 10.76.



tiene mayor rapidez traslacional que cuando estaba en la base de la colina. ¿Implica esto que la esfera obtuvo energía de algún lado? ¡Explique su respuesta!

10.77. Una rueda de 42.0 cm de diámetro, consiste en un borde y seis rayos, está hecha de un material plástico rígido y delgado con una densidad lineal de masa de 25.0 g/cm. Esta rueda se suelta desde el reposo en la cima de una colina de 58.0 m de altura. *a*) ¿Con qué rapidez rueda cuando llega a la base de la colina? *b*) ¿Cómo cambiaría su respuesta si la densidad lineal de masa y el diámetro de la rueda se aumentaran al doble?

10.78. Una bicicleta antigua tiene una rueda delantera grande con la manivela para pedalear montada en su eje, y una rueda trasera pequeña que gira con independencia de la delantera: no hay cadena que conecte las ruedas. El radio de la rueda delantera es de 65.5 cm, y el de la trasera es de 22.0 cm. Una bicicleta moderna tiene llantas de 66.0 cm (26 pulgadas) de diámetro y ruedas dentadas delantera y trasera con radios de 11.0 cm y 5.5 cm, respectivamente. La rueda dentada trasera está unida rígidamente al eje de la llanta trasera. Imagine que monta la bicicleta moderna y gira la rueda dentada delantera a 1.00 rev/s. Las llantas de ambas bicicletas ruedan sin resbalar contra el suelo. *a*) Calcule su rapidez lineal al montar la bicicleta moderna. *b*) ¿Con qué rapidez deberá pedalear la manivela de la bicicleta antigua para viajar con la misma rapidez que en el inciso *a*)? *c*) ¿Qué rapidez angular (en rev/s) tendrá entonces la llanta trasera pequeña de la bicicleta antigua?

10.79. En un experimento, se deja que una bola sólida uniforme baje rodando por una pista curva, partiendo del reposo y rodando sin resbalar. La distancia vertical que la bola baja es h. La base de la pista es horizontal y se extiende hasta el borde de una mesa; la bola sale de la pista viajando horizontalmente. En caída libre después de salir de la pista, la bola se mueve una distancia horizontal x y una distancia vertical y. *a*) Calcule x en términos de h y y, despreciando el trabajo de la fricción. *b*) ¿Cambiaría la respuesta al inciso *a*) en la Luna? *c*) Aunque el experimento se haga con mucho cuidado, el valor medido de x es siempre un poco menor que el calculado en el inciso *a*). ¿Por qué? *d*) ¿Cuánto valdría x con las mismas h y y del inciso *a*), si lo que rodara por la pista fuera una moneda? Puede despreciarse el trabajo de la fricción.

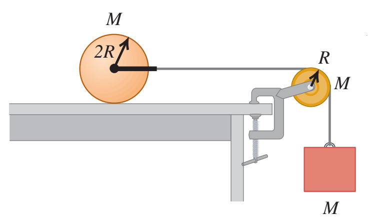
10.80. En un rifle de resorte, un resorte con constante de fuerza de 400 N/m se comprime 0.15 m. Al dispararse el rifle, el 80.0% de la energía potencial elástica almacenada en el resorte se convierte, finalmente, en energía cinética de una esfera uniforme de 0.0590 kg que rueda sin resbalar hasta la base de una rampa. La bola sube rodando sin resbalar por la rampa, hasta que el 90.0% de la energía cinética que tenía en la base se convierte en un aumento de la energía potencial gravitacional en el instante en que se detiene. *a*) ¿Qué rapidez tiene el centro de masa de la bola en la base de la rampa? *b*) En esta posición, ¿qué rapidez tiene un punto en la parte superior de la bola? *c*) ¿Y un punto en la parte inferior? *d*) ¿Qué altura vertical máxima alcanza la bola en la rampa?

10.81. Una rueda está rodando sobre una superficie horizontal con rapidez constante. Las coordenadas de cierto punto del borde de la rueda son $x(t) = R[(2\pi t/T) - \text{sen}(2\pi t/T)]$ y $y(t) = R[1 - \cos(2\pi t/T)]$, donde R y T son constantes. *a*) Dibuje la trayectoria del punto entre $t = 0$ y $t = 2T$. Una curva con esta forma se llama *cicloide*. *b*) ¿Qué significan las constantes R y T? *c*) Calcule las componentes x y y de la velocidad y de la aceleración del punto en cualquier instante t. *d*) Calcule los instantes en que el punto está instantáneamente en reposo. ¿Qué componentes x y y tiene la aceleración en esos instantes? *e*) Calcule la magnitud de la aceleración del punto. ¿Depende del tiempo? Compárela con la magnitud de la aceleración de una partícula en movimiento circular uniforme, $a_{rad} = 4\pi^2 R/T^2$. Explique su resultado para la magnitud de la aceleración del punto en la rueda usando la idea de que el rodamiento es una combinación de movimientos rotacional y traslacional.

10.82. Una niña empuja un balón de baloncesto de 0.600 kg para que suba rodando por una rampa larga. El balón puede considerarse como esfera hueca de pared delgada. Cuando la niña suelta el balón en la base de la rampa, éste tiene una rapidez de 8.0 m/s. Cuando el balón vuelve a ella después de subir por la rampa y regresar rodando, tiene una rapidez de 4.0 m/s. Suponga que el trabajo efectuado por la fricción sobre el balón es el mismo cuando sube o baja por la rampa, y que el balón rueda sin resbalar. Calcule el aumento máximo en la altura vertical del balón al subir por la rampa.

10.83. Un cilindro sólido uniforme de masa M y radio $2R$ descansa en una mesa horizontal. Se ata un cordón mediante un yugo a un eje sin fricción que pasa por el centro del cilindro, de modo que éste puede girar sobre el eje. El cordón pasa por una polea con forma de disco de masa M y radio R, que está montada en un eje sin fricción que pasa por su centro. Un bloque de masa M se suspende del extremo libre del hilo (figura 10.62). El hilo no resbala en la polea, y el cilindro rueda sin resbalar sobre la mesa. Si el sistema se libera del reposo, ¿qué aceleración hacia abajo tendrá el bloque?

Figura 10.62 Problema 10.83.



10.84. Un puente levadizo uniforme de 8.00 m de longitud está unido al camino en un extremo mediante una articulación sin fricción, y puede levantarse con un cable unido al otro extremo. El puente está en reposo, suspendido 60.0° sobre la horizontal, cuando el cable se rompe repentinamente. *a*) Calcule la aceleración angular del puente inmediatamente después de romperse el cable. (La gravedad se comporta como si actuara en el centro de masa.) *b*) ¿Podría usar la ecuación $\omega = \omega_0 + \alpha t$ para calcular la rapidez angular del puente levadizo en un instante posterior? Explique por qué. *c*) ¿Qué rapidez angular tiene el puente en el momento de quedar horizontal?

10.85. Una esfera de 5.00 kg se deja caer desde una altura de 12.0 m arriba de un extremo de una barra uniforme que está pivoteada en su centro. La masa de la barra es de 8.00 kg y su longitud es de 4.00 m. Sobre el otro extremo de la barra descansa otra esfera de 5.00 kg, no sujeta a la barra. La esfera que cae se queda pegada a la barra después del choque. ¿Qué altura alcanzará la otra esfera después del choque?

10.86. Una varilla uniforme de 0.0300 kg y 0.400 m de longitud gira en un plano horizontal alrededor de un eje fijo que pasa por su centro y es perpendicular a la varilla. Dos anillos pequeños con masa de 0.0200 kg cada uno se montan de modo que pueden deslizarse a lo largo de la varilla, aunque inicialmente están sujetos con broches en posiciones a 0.0500 m del centro de la varilla a cada lado, y el sistema está girando a 30.0 rev/min. Sin alterar de otro modo el sistema, los broches se sueltan y los anillos se deslizan hacia afuera por la varilla, saliendo despedidos por los extremos. *a*) ¿Qué rapidez angular tiene el sistema en el instante en que los anillos llegan a los extremos de la varilla? *b*) ¿Qué rapidez angular tiene la varilla una vez que los anillos se salen?

10.87. Una varilla uniforme de longitud L descansa en una superficie horizontal sin fricción. La varilla pivotea en un extremo sobre un eje fijo sin fricción y está inicialmente en reposo. Una bala que viaja paralela a la superficie horizontal y perpendicular a la varilla, con rapidez v, golpea la varilla en su centro y se incrusta en ella. La masa de la bala es un cuarto de la masa de la varilla. *a*) ¿Qué rapidez angular final tiene la varilla? *b*) ¿Qué relación (razón) hay entre la energía cinética del sistema después del choque y la energía cinética de la bala antes del choque?

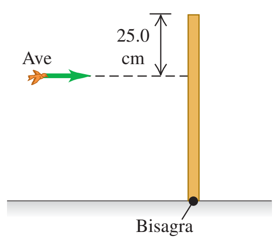
10.88. La puerta de madera sólida de un gimnasio tiene 1.00 m de ancho y 2.00 m de altura, bisagras en un lado y una masa total de 35.0 kg. La puerta, que está abierta y en reposo, es golpeada en su centro por un balón de baloncesto que le aplica una fuerza media de 1500 N durante 8.00 ms. Calcule la rapidez angular de la puerta después del impacto. (*Sugerencia:* si integramos la ecuación (10.29), obtenemos $\Delta L_z = \int_{t_1}^{t_2}\left(\sum \tau_z\right) dt = \left(\sum \tau_z\right)_{\text{med}}\Delta t$. La cantidad $\int_{t_1}^{t_2}\left(\sum \tau_z\right) dt$ se denomina impulso angular.)

10.89. Un blanco de una galería de tiro consiste en una tabla cuadrada vertical de madera de 0.750 kg y 0.250 m de lado, que pivotea sobre un eje horizontal en su borde superior. Una bala de 1.90 g que viaja a 360 m/s lo golpea de frente en el centro y se incrusta en él. *a*) ¿Qué rapidez angular tiene la tabla justo después del impacto? *b*) ¿Qué altura máxima sobre la posición de equilibrio alcanza el centro de la tabla? *c*) ¿Qué rapidez mínima tendría que tener la bala para que la tabla diera una vuelta completa después del impacto?

10.90. "Glitches" de estrellas de neutrones. A veces, una estrella de neutrones giratoria (véase el ejercicio 10.39) sufre una aceleración repentina e inesperada llamada *glitch*. Una explicación es que el *glitch* se presenta cuando la corteza de la estrella se asienta un poco, reduciendo el momento de inercia alrededor del eje de rotación. Una estrella de neutrones con rapidez angular $\omega_0 = 70.4$ rad/s sufrió un *glitch* en octubre de 1975, el cual aumentó su velocidad angular a $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, donde $\Delta\omega/\omega_0 = 2.01 \times 10^{-6}$. Si el radio de la estrella de neutrones antes del *glitch* era de 11 km, ¿en cuánto disminuyó su radio por el "astramoto"? Suponga que la estrella es una esfera uniforme.

10.91. Un ave de 500 g vuela horizontal y distraídamente a 2.25 m/s, cuando de repente viaja directo hacia una barra vertical estacionaria, golpeándola a 25.0 cm debajo de la parte superior (figura 10.63). La barra es uniforme con longitud de 0.750 m y masa de 1.50 kg, y tiene una bisagra en la base. El choque aturde al ave, de modo que después simplemente cae hacia el suelo (y pronto se recupera para continuar volando felizmente). ¿Cuál es la velocidad angular de la barra, *a*) justo después de que es golpeada por el ave, y *b*) cuando ésta llega al suelo?

Figura 10.63 Problema 10.91.



10.92. Un bloque pequeño con masa de 0.250 kg se ata a un cordón que pasa por un agujero en una superficie horizontal sin fricción (véase la figura 10.48). El bloque originalmente gira en un círculo de 0.800 m de radio alrededor del agujero, con rapidez tangencial de 4.00 m/s. Se tira lentamente del cordón desde abajo, acortando el radio del círculo descrito por el bloque. La resistencia a la rotura del cordón es de 30.0 N. ¿Qué radio tendrá el círculo cuando el cordón se rompa?

10.93. Un disco horizontal de madera rugosa con masa de 7.00 kg y 1.00 m de diámetro pivotea sobre cojinetes sin fricción, alrededor de un eje vertical que pasa por su centro. Se pega en él una vía circular de tren de juguete con masa insignificante y diámetro medio de 0.95 m. Un trenecito de 1.20 kg operado con baterías descansa en la vía. Para demostrar la conservación del momento angular, se enciende el motor del tren. El tren se mueve en sentido antihorario, alcanzando en poco tiempo una rapidez constante de 0.600 m/s relativa a la vía. Calcule la magnitud y la dirección de la velocidad angular del disco relativa a la Tierra.

10.94. Un alambre rígido uniforme de masa M_0 y longitud L_0 se corta, se dobla y las partes se sueldan, de modo que forman una rueda circular con cuatro rayos idénticos que salen de su centro. No se desperdicia alambre y se puede ignorar la masa de la soldadura. *a*) ¿Cuál es el momento de inercia de esta rueda alrededor de un eje que pasa por su centro y es perpendicular al plano de la rueda? *b*) Si a la rueda se le da un giro inicial con velocidad angular ω_0 y se detiene uniformemente en un tiempo T, ¿cuál será la torca causada por la fricción en su eje?

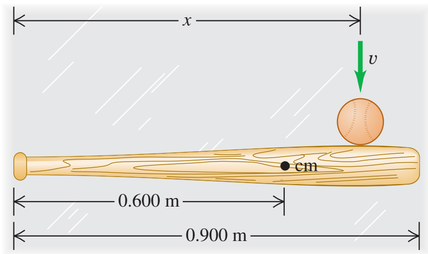
10.95. En un experimento de laboratorio de física con un péndulo balístico, se dispara una esfera de masa m con rapidez v horizontal usando un rifle de resorte. La esfera queda atrapada inmediatamente una distancia r abajo de un pivote sin fricción, por un dispositivo atrapador pivotante de masa M. El momento de inercia del atrapador alrededor de su eje de rotación en el pivote es I. La distancia r es mucho mayor que el radio de la esfera. *a*) Use la conservación del momento angular para demostrar que la rapidez angular de la esfera y el atrapador justo después del impacto es $\omega = mvr/(mr^2 + I)$. *b*) Una vez atrapada la esfera, el centro de masa del sistema esfera-atrapador oscila hacia arriba con un aumento máximo de altura de h. Use la conservación de la energía para demostrar que $\omega = \sqrt{2(M + m)gh/(mr^2 + I)}$. *c*) Una alumna dice que el momento lineal se conserva en el choque, y deduce la expresión $mv = (m + M)V$, donde V es la rapidez de la esfera inmediatamente después del choque. Luego ella usa la conservación de la energía para deducir que $V = \sqrt{2gh}$, de modo que $mv = (m + M)\sqrt{2gh}$. Use los resultados de los incisos *a*) y *b*) para demostrar que esta ecuación sólo es válida si r está dada por $I = Mr^2$.

10.96. Un hombre de 55 kg corre alrededor del borde de una tornamesa horizontal montada en un eje vertical sin fricción que pasa por su centro. La velocidad del corredor relativa a la Tierra tiene magnitud de 2.8 m/s. La tornamesa gira en la dirección opuesta con velocidad angular de magnitud 0.20 rad/s relativa a la Tierra. El radio de la tornamesa es de 3.0 m, y su momento de inercia alrededor del eje de rotación es de 80 kg · m^2. Calcule la velocidad angular final del sistema, si el corredor se detiene relativo a la tornamesa. (El corredor puede tratarse como partícula.)

10.97. La precesión de la Luna. Mediciones cuidadosas de la separación entre la Tierra y la Luna indican que actualmente nuestro satélite se mueve alejándose de nosotros cerca de 3.0 cm cada año. Ignore cualquier momento angular que se pudiera transferir a la Luna desde la Tierra. Calcule la rapidez de cambio (en rad/s por año) de la velocidad angular de la Luna alrededor de la Tierra (consulte el Apéndice E y los datos astronómicos del Apéndice F). ¿Su velocidad angular aumenta o disminuye? (*Sugerencia:* si L = constante, entonces, $dL/dt = 0$.)

10.98. Centro de percusión. Un bate de béisbol con masa de 0.800 kg y 0.900 m de longitud descansa en una superficie horizontal sin fricción. Su centro de masa está a 0.600 m del extremo del mango (figura 10.64). El momento de inercia del bate alrededor de su centro de masa es de 0.0530 kg · m^2. El bate es golpeado por una pelota que viaja perpendicular a él. El impacto aplica un impulso $J = \int_{t_1}^{t_2} F\,dt$ en un punto a una distancia x del extremo del mango. ¿Qué x se necesita para que el extremo del mango permanezca en reposo cuando el bate comience a moverse? [*Sugerencia:* considere el movimiento del centro de masa y la rotación alrededor del centro de masa. Calcule x de modo que estos dos movimientos se combinen dando $v = 0$ para el extremo del bate justo después del choque. Además, observe que la integración de la ecuación (10.29) da $\Delta L = \int_{t_1}^{t_2}(\sum\tau)\,dt$ (véase el problema 10.88).] El punto encontrado en el bate se denomina *centro de percusión*. Si se golpea una bola lanzada con ese punto se reduce al mínimo la "punzada" que el bateador siente en las manos.

Figura 10.64 Problema 10.98.



10.99. Considere un giróscopo, cuyo eje está inclinado con respecto a la horizontal un ángulo β. Demuestre que la frecuencia angular de precesión no depende del valor de β, sino que está dado por la ecuación (10.33).

Problemas de desafío

10.100. Una esfera uniforme de radio R rueda sin resbalar entre dos rieles, de modo que la distancia horizontal entre los dos puntos de contacto de los rieles con la esfera es d. *a*) Haga un dibujo y demuestre que, en cualquier instante, $v_{cm} = \omega\sqrt{R^2 - d^2/4}$. Analice esta expresión en los límites $d = 0$ y $d = 2R$. *b*) En el caso de una esfera uniforme que parte del reposo y desciende una distancia vertical h mientras baja una rampa rodando sin resbalar, $v_{cm} = \sqrt{10gh/7}$. Sustituyendo la rampa por los dos rieles, demuestre que

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{10gh}{5 + 2/(1 - d^2/4R^2)}}$$

En ambos casos, se despreció el trabajo efectuado por la fricción. *c*) ¿Cuál rapidez del inciso *b*) es menor? ¿Por qué? Conteste en términos de la forma en que la pérdida de energía potencial se divide entre las ganancias de energías cinética traslacional y rotacional. *d*) ¿Para qué valor del cociente d/R las dos expresiones del inciso *b*) para la rapidez difieren en 5.0%? ¿Y en 0.50%?

10.101. Cuando un objeto rueda sin resbalar, la fuerza de fricción de rodamiento es mucho menor que la fuerza de fricción cuando el objeto resbala; una moneda rueda sobre su borde con mucha mayor rapidez que si resbala sobre su cara plana. (Véase la sección 5.3.) Si un objeto rueda sin resbalar sobre una superficie horizontal, podemos suponer que la fuerza de fricción es cero, de modo que a_x y α_z son aproximadamente cero, y v_x y ω_z son aproximadamente constantes. Rodar sin resbalar implica que $v_x = r\omega_z$ y $a_x = r\alpha_z$. Si un objeto se pone en movimiento en una superficie *sin* estas igualdades, la fricción de deslizamiento (cinética) actuará sobre el objeto mientras se desliza, hasta que se establece el rodamiento sin deslizamiento. Un cilindro sólido de masa M y radio R, girando con rapidez angular ω_0 alrededor de un eje que pasa por su centro, se coloca en una superficie horizontal para la que el coeficiente de fricción cinética es μ_k. *a*) Dibuje un diagrama de cuerpo libre del cilindro en la superficie. Medite bien la dirección de la fuerza de fricción cinética que actúa sobre el cilindro. Calcule las aceleraciones a_x del centro de masa y α_z de rotación alrededor del centro de masa. *b*) Inicialmente, el cilindro está resbalando totalmente, ya que $\omega_z = \omega_0$ pero $v_x = 0$. El rodamiento sin deslizamiento se inicia cuando $v_x = R\omega_z$. Calcule la *distancia* que el cilindro rueda antes de que deje de resbalar. *c*) Calcule el trabajo efectuado por la fuerza de fricción sobre el cilindro, mientras éste se movió desde el punto donde se colocó, hasta el punto donde comenzó a rodar sin resbalar.

10.102. Se construye una rueda de giróscopo para demostración quitando el neumático de una rueda de bicicleta de 0.650 m de diámetro, enrollando alambre de plomo en el borde y pegándolo con cinta. El eje se proyecta 0.200 m a cada lado de la rueda y una mujer sostiene los extremos del eje en sus manos. La masa del sistema es de 8.00 kg; puede suponerse que toda la masa se encuentra en el borde. El eje es horizontal y la rueda está girando alrededor del eje a 5.00 rev/s. Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza que cada mano ejerce sobre el eje *a*) cuando el eje está en reposo; *b*) cuando el eje gira en un plano horizontal alrededor de su centro a 0.050 rev/s; *c*) cuando el eje está girando en un plano horizontal alrededor de su centro a 0.300 rev/s. *d*) ¿Con qué rapidez debe girar el eje para que pueda sostenerse sólo en un extremo?

10.103. Un bloque con masa m gira con rapidez lineal v_1 en un círculo de radio r_1 sobre una superficie horizontal sin fricción (véase la figura 10.48). Se tira del cordón lentamente desde abajo, hasta que el radio del círculo descrito por el bloque se reduce a r_2. *a*) Calcule la tensión T en el cordón en función de r, la distancia entre el bloque y el agujero. Su respuesta estará en términos de la velocidad inicial v_1 y el radio r_1. *b*) Use $W = \int_{r_1}^{r_2}\vec{T}(r)\cdot d\vec{r}$ para calcular el trabajo efectuado por $\vec{T}$ cuando r cambia de r_1 a r_2. *c*) Compare los resultados del inciso *b*) con el cambio en la energía cinética del bloque.