CAPÍTULO 9 RESUMEN

Cinemática rotacional: Cuando un cuerpo rígido gira sobre un eje fijo (que por lo general se llama eje z), su posición está descrita por una coordenada angular θ. La velocidad angular ω_z es la derivada con respecto al tiempo de θ. La aceleración angular α_z es la derivada con respecto al tiempo de ω_z o la segunda derivada de θ. (Véanse los ejemplos 9.1 y 9.2.) Si la aceleración angular es constante, entonces θ, ω_z y α_z están relacionadas por ecuaciones sencillas de cinemática análogas a las del movimiento rectilíneo con aceleración lineal constante. (Véase el ejemplo 9.3.)

$$\omega_z = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \qquad (9.3)$$

$$\alpha_z = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega_z}{\Delta t} = \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (9.5)$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_{0z}t + \frac{1}{2}\alpha_z t^2 \qquad (9.11)$$

(sólo α_z constante)

$$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_z + \omega_{0z})t \qquad (9.10)$$

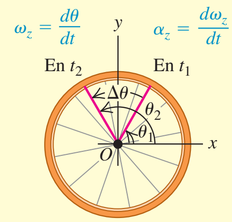
(sólo α_z constante)

$$\omega_z = \omega_{0z} + \alpha_z t \qquad (9.7)$$

(sólo α_z constante)

$$\omega_z^2 = \omega_{0z}^2 + 2\alpha_z(\theta - \theta_0) \qquad (9.12)$$

(sólo α_z constante)

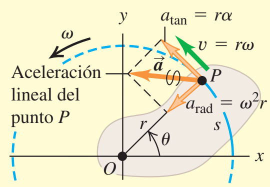


Relación entre cinemática angular y lineal: La rapidez angular ω de un cuerpo rígido es la magnitud de su velocidad angular. La razón de cambio de ω es $\alpha = d\omega/dt$. En el caso de una partícula de un cuerpo que está a una distancia r del eje de rotación, la rapidez v y las componentes de la aceleración $\vec{a}$ están relacionadas con ω y α. (Véanse los ejemplos 9.4 a 9.6.)

$$v = r\omega \qquad (9.13)$$

$$a_{\tan} = \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = r\alpha \qquad (9.14)$$

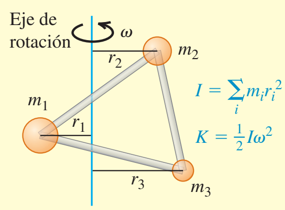
$$a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \qquad (9.15)$$



Momento de inercia y energía cinética rotacional: El momento de inercia I de un cuerpo alrededor de un eje dado es una medida de su inercia rotacional: cuanto mayor sea el valor de I, más difícil será cambiar el estado de rotación del cuerpo. El momento de inercia se puede expresar como una sumatoria para las partículas m_i que constituyen el cuerpo, cada una de las cuales está a una distancia perpendicular r_i del eje. La energía cinética rotacional de un cuerpo rígido que gira alrededor de un eje fijo depende de la rapidez angular ω y del momento de inercia I para ese eje de rotación. (Véanse los ejemplos 9.7 a 9.9.)

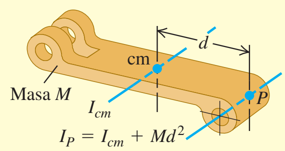
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots = \sum_i m_i r_i^2 \qquad (9.16)$$

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (9.17)$$



Cálculo del momento de inercia: El teorema de los ejes paralelos relaciona los momentos de inercia de un cuerpo rígido de masa M alrededor de dos ejes paralelos: un eje que pasa por el centro de masa (momento de inercia I_{cm}) y un eje paralelo que está a una distancia d del primero (momento de inercia I_P). (Véase el ejemplo 9.10.) Si el cuerpo tiene una distribución continua de masa, el momento de inercia se calcula por integración. (Véanse los ejemplos 9.11 a 9.13.)

$$I_P = I_{\text{cm}} + Md^2 \qquad (9.19)$$



Términos clave

cuerpo rígido, *285*
radián, *286*
velocidad angular media, *286*
desplazamiento angular, *286*
velocidad angular instantánea, *287*
aceleración angular media, *289*
aceleración angular instantánea, *289*
rapidez angular, *293*
componente tangencial de la aceleración, *293*
componente centrípeta de la aceleración, *294*
momento de inercia, *297*
energía cinética rotacional, *297*
teorema de los ejes paralelos, *302*

Respuesta a la pregunta de inicio de capítulo ?

Ambos segmentos del aspa rígida tienen la misma rapidez angular ω. De las ecuaciones (9.13) y (9.15), al duplicar la distancia r para la misma ω, se duplica la rapidez lineal $v = r\omega$ y se duplica la aceleración radial $a_{\text{rad}} = \omega^2 r$.

Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

9.1 Respuestas: a) i) y iii), b) ii) La rotación se está acelerando cuando la aceleración y la velocidad angulares tienen el mismo signo, y se está frenando cuando tienen signos opuestos. Por lo tanto, acelera para $0 < t < 2$ s (ω_z y α_z son positivas) y para $4 \text{ s} < t < 6$ s (ω_z y α_z son negativas); pero se está frenando para $2 \text{ s} < t < 4$ s (ω_z es positiva y α_z es negativa). Observe que el cuerpo gira en una dirección para $t < 4$ s (ω_z es positiva) y en la dirección opuesta para $t > 4$ s (ω_z es negativa).

9.2 Respuestas: a) i), b) ii) Cuando el DVD se detiene, $\omega_z = 0$. De la ecuación (9.7), esto sucede en el *instante* $t = (\omega_z - \omega_{0z})/\alpha_z = -\omega_{0z}/\alpha_z$ (éste es un tiempo positivo porque α_z es negativa). Si duplicamos la velocidad angular inicial ω_{0z} y duplicamos también la aceleración angular α_z, su cociente no cambia y la rotación se detiene en el mismo tiempo. El *ángulo* con el que gira el DVD está dado por la ecuación (9.10): $\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_{0z} + \omega_z)t = \frac{1}{2}\omega_{0z}t$ (ya que la velocidad angular final es $\omega_z = 0$). La velocidad angular inicial ω_{0z} se ha duplicado, pero el tiempo t es el mismo, así que el desplazamiento angular $\theta - \theta_0$ (y por ende el número de revoluciones) se ha duplicado. Podemos usar la ecuación (9.12) para obtener la misma conclusión.

9.3 Respuesta: ii) De la ecuación (9.13), $v = r\omega$. Para mantener una rapidez lineal v constante, la rapidez angular ω debe disminuir a medida que la cabeza lectora se mueve hacia afuera (mayor r).

9.4 Respuesta: i) La energía cinética del objeto que cae es $\frac{1}{2}mv^2$, y la del cilindro que gira, $\frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{1}{4}mv^2$. Por lo tanto, la energía cinética total del sistema es $\frac{3}{4}mv^2$, de la cual dos tercios están en el bloque y un tercio está en el cilindro

9.5 Respuesta: ii) Más de la masa del taco de billar está concentrada en el extremo más grueso, así que el centro de masa está más cercano a dicho extremo. El momento de inercia en un punto P en cualquiera de sus extremos es $I_p = I_{cm} + Md^2$; el extremo más delgado está más alejado del centro de masa, por lo que la distancia d y el momento de inercia I_P son mayores para el extremo más delgado.

9.6 Respuesta: iii) Nuestro resultado del ejemplo 9.12 no depende de la longitud del cilindro L. El momento de inercia depende sólo de la distribución *radial* de la masa, no de su distribución a lo largo del eje.

PROBLEMAS

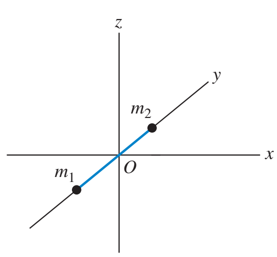
Para las tareas asignadas por el profesor, visite **www.masteringphysics.com**

Preguntas para análisis

P9.1. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es válida si la aceleración angular de un objeto *no* es constante? En cada caso, explique su razonamiento. *a)* $v = r\omega$; *b)* $a_{\tan} = r\alpha$; *c)* $\omega = \omega_0 + \alpha t$; *d)* $a_{\tan} = r\omega^2$; *e)* $K = \frac{1}{2}I\omega^2$.

P9.2. Una molécula diatómica puede modelarse como dos masas puntuales, m_1 y m_2, ligeramente separadas (figura 9.26). Si la molécula está orientada a lo largo del eje y, tiene energía cinética K cuando gira alrededor del eje x. ¿Cuál es su energía cinética (en términos de K) si gira con la misma rapidez angular alrededor del *a)* eje z y *b)* eje y?

Figura **9.26** Pregunta P9.2.



P9.3. ¿Qué diferencia hay entre aceleración tangencial y aceleración radial para un punto de un cuerpo que gira?

P9.4. En la figura 9.14, todos los puntos de la cadena tienen la misma rapidez lineal. ¿La magnitud de la aceleración lineal es también igual para todos esos puntos? ¿Qué relación hay entre las aceleraciones angulares de las dos ruedas dentadas? Explique su respuesta.

P9.5. En la figura 9.14, ¿qué relación hay entre las aceleraciones radiales de los puntos en los dientes de las dos ruedas? Justifique su respuesta.

P9.6. Un volante gira con velocidad angular constante. ¿Un punto en su borde tiene aceleración tangencial? ¿Y aceleración radial? ¿Estas aceleraciones tienen magnitud constante? ¿Y dirección constante? Justifique sus respuestas.

P9.7. ¿Para qué sirve el ciclo de centrifugado de una lavadora? Explique en términos de las componentes de aceleración.

P9.8. Aunque la velocidad y la aceleración angulares pueden tratarse como vectores, no sucede lo mismo con el desplazamiento angular θ, a pesar de tener magnitud y dirección, porque θ no obedece la ley conmutativa de la suma de vectores (ecuación 1.3). Demuestre esto como sigue: coloque este libro sobre un escritorio con la portada hacia arriba y de modo que pueda leer las palabras. Gire el borde lejano 90° hacia arriba y hacia usted sobre un eje horizontal. Llame a este desplazamiento θ_1. Ahora gire el borde izquierdo 90° hacia usted sobre un eje vertical. Llame a este desplazamiento θ_2. El lomo del libro deberá mirar ahora hacia usted con las palabras orientadas de modo que pueda leerlas. Ahora comience otra vez desde el principio pero realice las rotaciones en orden inverso. ¿El resultado es diferente? Es decir, ¿$\theta_1 + \theta_2 = \theta_2 + \theta_1$? Ahora repita el experimento pero con un ángulo de 1° en vez de 90°. ¿Cree que el desplazamiento infinitesimal $d\vec{\theta}$ obedece la ley conmutativa de la suma y, por lo tanto, puede considerarse un vector? De ser así, ¿qué relación hay entre la dirección de $d\vec{\theta}$ y la dirección de $\vec{\omega}$?

P9.9. ¿Puede imaginar un cuerpo que tenga el mismo momento de inercia para todos los ejes posibles? Si es así, mencione un ejemplo; si no, explique por qué no es posible. ¿Puede imaginar un cuerpo que tenga el mismo momento de inercia para todos los ejes que pasan por cierto punto? Si es así, mencione un ejemplo e indique dónde está el punto.

P9.10. Para maximizar el momento de inercia de un volante mientras minimizamos su peso, ¿qué forma y distribución de masa debería tener? Explique su respuesta.

P9.11. ¿Cómo podría usted determinar experimentalmente el momento de inercia de un cuerpo de forma irregular alrededor de un eje dado?

P9.12. Un cuerpo cilíndrico tiene masa M y radio R. ¿La masa puede estar distribuida dentro del cuerpo de modo tal que su momento de inercia alrededor de su eje de simetría sea mayor que MR^2? Explique su respuesta.

P9.13. Describa cómo podría usar el inciso *b*) de la tabla 9.2 para deducir el resultado del inciso *d*).

P9.14. Un caparazón esférico hueco de radio R que gira alrededor de un eje que pasa por su centro tiene energía cinética rotacional K. Si usted quiere modificar esta esfera de manera que tenga tres veces más energía cinética con la misma rapidez angular manteniendo la masa igual, ¿cuál debería ser el radio en términos de R?

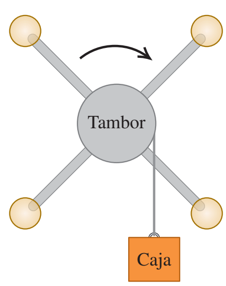
P9.15. Para que sean válidas las ecuaciones dadas en los incisos *a*) y *b*) de la tabla 9.2 para I, ¿la varilla debe tener sección transversal circular? ¿Hay alguna restricción sobre el tamaño de tal sección para que las ecuaciones sean válidas? Explique su respuesta.

P9.16. En el inciso *d*) de la tabla 9.2, el espesor de la placa debe ser mucho menor que a si se quiere que sea válida la expresión para I. En el inciso *c*), en cambio, la expresión para I es válida sin importar qué espesor tenga la placa. Explique su respuesta.

P9.17. Dos esferas idénticas A y B están unidas a un cordón muy delgado, y cada cordón está enrollado alrededor de una polea sin fricción de masa M. La única diferencia es que la polea para la esfera A es un disco sólido, en tanto que la polea para la esfera B es un disco hueco, como el del inciso *e*) de la tabla 9.2. Si ambas esferas se liberan desde el reposo y caen la misma distancia, ¿cuál tendrá mayor energía cinética? ¿O tendrán la misma? Explique su razonamiento.

P9.18. Una polea complicada consiste en cuatro esferas idénticas colocadas en los extremos de rayos que se prolongan desde un tambor giratorio (figura 9.27). Una caja está unida a una cuerda delgada y ligera que se enrolla en el borde del tambor. Cuando se libera del reposo, la caja adquiere una rapidez V después de caer una distancia d. Ahora las cuatro esferas se mueven hacia adentro más cerca del tambor, y de nuevo la caja se suelta del reposo. Después de caer una distancia d, ¿su rapidez será igual a V, mayor que V, o menor que V? Demuestre o explique por qué.

Figura 9.27 Pregunta 9.18.



P9.19. Podemos usar cualquier medida angular (radianes, grados o revoluciones) en algunas de las ecuaciones del capítulo 9; sin embargo, en otras sólo podemos usar radianes. Identifique las ecuaciones en las que es necesario usar radianes y en las que no es necesario. En cada caso, justifique sus respuestas.

P9.20. Al calcular el momento de inercia de un objeto, ¿podemos tratar toda su masa como si estuviera concentrada en el centro de masa del objeto? Justifique su respuesta.

P9.21. Una rueda gira en torno a un eje perpendicular al plano de la rueda y que pasa por el centro de la rueda. La rapidez angular de la rueda está aumentando con razón constante. El punto A está en el borde de la rueda; y el punto B, a la mitad de la distancia entre el borde y el centro. Para cada una de las cantidades siguientes, indique si su magnitud es mayor en el punto A, en el punto B o es igual en ambos puntos: *a*) rapidez angular, *b*) rapidez tangencial, *c*) aceleración angular, *d*) aceleración tangencial y *e*) aceleración radial. Justifique sus respuestas.

Ejercicios

Sección 9.1 Velocidad y aceleración angulares

9.1. *a*) ¿Qué ángulo en radianes es subtendido por un arco de 1.50 m en la circunferencia de un círculo con 2.50 m de radio? ¿Cuánto es esto en grados? *b*) Un arco de 14.0 cm de longitud en la circunferencia de un círculo subtiende un ángulo de 128°. ¿Qué radio tiene el círculo? *c*) El ángulo entre dos radios de un círculo con 1.50 m de radio es 0.700 rad. ¿Qué longitud tiene el arco delimitado en la circunferencia por estos dos radios?

9.2. Una hélice de avión gira a 1900 rpm (rev/min). *a*) Calcule su velocidad angular en rad/s. *b*) ¿Cuántos segundos tarda la hélice en girar 35°?

9.3. La velocidad angular de un volante obedece la ecuación $\omega_z(t) = A + Bt^2$, donde t está en segundos y A y B son constantes cuyos valores numéricos son 2.75 y 1.50, respectivamente. *a*) ¿Cuáles son las unidades de A y B si ω está en rad/s? *b*) ¿Cuál es la aceleración angular del volante en i) $t = 0.00$ y ii) $t = 5.00$ s? *c*) ¿Con qué ángulo gira el volante durante los primeros 2.00 s? (*Sugerencia*: véase la sección 2.6.)

9.4. Una aspa de ventilador gira con velocidad angular dada por $\omega_z(t) = \gamma - \beta t^2$, donde $\gamma = 5.00\ \text{rad/s}$ y $\beta = 0.800\ \text{rad/s}^3$. *a*) Calcule la aceleración angular en función del tiempo. *b*) Calcule la aceleración angular instantánea α_z en $t = 3.00$ s y la aceleración angular media $\alpha_{\text{med-}z}$ para el intervalo de $t = 0$ a $t = 3.00$ s. ¿Qué diferencia hay entre ambas cantidades? Si son diferentes, ¿por qué lo son?

9.5. Un niño está empujando un carrusel (tiovivo). El ángulo que describe el carrusel al girar varía con el tiempo según $\theta(t) = \gamma t + \beta t^3$, donde $\gamma = 0.400\ \text{rad/s}$ y $\beta = 0.0120\ \text{rad/s}^3$. *a*) Calcule la velocidad angular del carrusel en función del tiempo. *b*) ¿Qué valor inicial tiene la velocidad angular? *c*) Calcule el valor instantáneo de la velocidad angular ω_z en $t = 5.00$ s y la velocidad angular media $\omega_{\text{med-}z}$ en el intervalo de $t = 0.00$ a $t = 5.00$ s. Demuestre que $\omega_{\text{med-}z}$ *no* es igual al promedio de las velocidades angulares instantáneas en $t = 0$ y $t = 5.00$ s, y explique por qué.

9.6. En $t = 0$, se invierte la corriente de un motor eléctrico de corriente continua, causando un desplazamiento angular del eje del motor dado por $\theta(t) = (250\ \text{rad/s})t - (20.0\ \text{rad/s}^2)t^2 - (1.50\ \text{rad/s}^3)t^3$. *a*) ¿En qué instante la velocidad angular del eje del motor es cero? *b*) Calcule la aceleración angular en ese instante. *c*) ¿Cuántas revoluciones gira el eje del motor entre el momento en que se invierte la corriente y el instante en el que la velocidad angular es cero? *d*) ¿Con qué rapidez estaba girando el eje en $t = 0$, cuando se invirtió la corriente? *e*) Calcule la velocidad angular media para el periodo entre $t = 0$ y el instante calculado en el inciso *a*).

9.7. El ángulo θ que describe una unidad de disco al girar está dado por $\theta(t) = a + bt - ct^3$, donde *a*, *b* y *c* son constantes positivas, *t* está en segundos y θ está en radianes. Cuando $t = 0$, $\theta = \pi/4$ rad y la velocidad angular es 2.00 rad/s, y cuando $t = 1.50$ s, la aceleración angular es 1.25 rad/s^2. *a*) Calcule *a*, *b* y *c* con sus unidades. *b*) ¿Cuál es la aceleración angular cuando $\theta = \pi/4$ rad? *c*) ¿Cuáles son θ y la velocidad angular cuando la aceleración angular es 3.50 rad/s^2?

9.8. Una rueda gira en torno a un eje que está en la dirección *z*. La velocidad angular ω_z es de -6.00 rad/s en $t = 0.00$, aumenta linealmente con el tiempo y es de $+8.00$ m/s en $t = 7.00$ s. Se considera positiva la rotación antihoraria. *a*) ¿La aceleración angular durante este intervalo de tiempo es positiva o negativa? *b*) ¿Durante qué intervalo está aumentando la rapidez de la rueda? ¿Y disminuyendo? *c*) Determine el desplazamiento angular de la rueda en $t = 7.00$ s.

Sección 9.2 Rotación con aceleración angular constante

9.9. Una rueda de bicicleta tiene una velocidad angular inicial de 1.50 rad/s. *a*) Si su aceleración angular es constante e igual a 0.300 rad/s^2, ¿qué velocidad angular tiene en $t = 2.50$ s? *b*) ¿Qué ángulo gira la rueda entre $t = 0$ y $t = 2.50$ s?

9.10. Un ventilador eléctrico se apaga, y su velocidad angular disminuye uniformemente de 500 rev/min a 200 rev/min en 4.00 s. *a*) Calcule la aceleración angular en rev/s^2 y el número de revoluciones que el motor giró en el intervalo de 4.00 s. *b*) ¿Cuántos segundos más tardará el motor en parar, si la aceleración angular se mantiene constante en el valor calculado en el inciso *a*)?

9.11. Las aspas de una licuadora giran con aceleración angular constante de 1.50 rad/s^2. *a*) ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar una velocidad angular de 36.00 rad/s, partiendo del reposo? *b*) ¿Cuántas revoluciones giran las aspas en este tiempo?

9.12. *a*) Deduzca la ecuación (9.12) combinando las ecuaciones (9.7) y (9.11) para eliminar *t*. *b*) La velocidad angular de la hélice de un avión aumenta de 12.0 rad/s a 16.0 rad/s mientras gira 7.00 rad. Calcule su aceleración angular en rad/s^2.

9.13. Una tornamesa gira con aceleración angular constante de 2.25 rad/s^2. Después de 4.00 s gira con un ángulo de 60.00 rad. ¿Cuál era la velocidad angular de la rueda al empezar el intervalo de 4.00 s?

9.14. Una hoja de sierra circular de 0.200 m de diámetro parte del reposo y acelera con aceleración angular constante hasta una velocidad angular de 140 rad/s en 6.00 s. Calcule la aceleración angular y el ángulo que ha girado la hoja.

9.15. El volante de un motor de alta rapidez giraba a 500 rpm cuando se interrumpió la alimentación eléctrica. El volante tiene una masa de 40.0 kg y un diámetro de 75.0 cm. El motor no recibe electricidad durante 30.0 s y, durante ese lapso, el volante pierde rapidez por la fricción con los cojinetes de su eje, describiendo 200 revoluciones completas. *a*) ¿Con qué rapidez está girando el volante cuando se restablece la alimentación eléctrica? *b*) ¿En cuánto tiempo después de la interrupción del suministro se habría parado el volante, si el suministro no se hubiera restablecido, y cuántas revoluciones habría girado la rueda en ese tiempo?

9.16. Una unidad de disco de computadora se enciende partiendo del reposo y tiene aceleración angular constante. Si a la unidad le lleva 0.750 s realizar su *segunda* revolución completa, *a*) ¿cuánto tiempo le tomó efectuar su primera revolución completa?, y *b*) ¿cuál es su aceleración angular en rad/s^2?

9.17. Un dispositivo de seguridad detiene la hoja de una podadora eléctrica, que tenía una rapidez angular inicial ω_1, en 1.00 revolución. Con la misma aceleración constante, ¿cuántas revoluciones tardaría la hoja en parar, si la rapidez angular inicial ω_3 fuera el triple: $\omega_3 = 3\omega_1$?

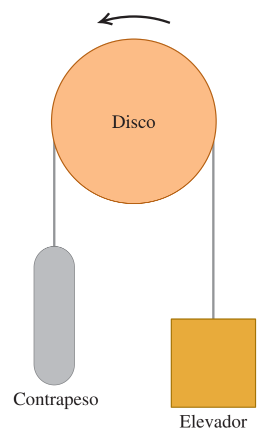
9.18. Un trozo recto de cinta reflejante se extiende del centro de una rueda a su borde. Imagine que oscurece el cuarto y usa una cámara y una lámpara estroboscópica con destellos cada 0.050 s para fotografiar la rueda que gira en sentido antihorario. Se acciona la lámpara de modo que el primer destello ($t = 0$) se da cuando la cinta está horizontal a la derecha con un desplazamiento angular de cero. Para las siguientes situaciones, dibuje la fotografía que obtendría después de cinco destellos (en $t = 0$, 0.050 s, 0.100 s, 0.150 s y 0.200 s) y grafique θ contra *t* y ω contra *t* para el intervalo entre $t = 0$ y $t = 0.200$ s. *a*) La velocidad angular es de 10.0 rev/s (constante). *b*) La rueda parte del reposo con aceleración angular constante de 25.0 rev/s^2. *c*) La rueda gira a 10.0 rev/s en $t = 0$ y cambia su velocidad angular a una razón constante de -50.0 rev/s^2.

9.19. En $t = 0$, la velocidad angular de una rueda de afilar era de 24.0 rad/s, y tuvo una aceleración angular constante de 30.0 rad/s^2, hasta que un interruptor de circuito se abrió en $t = 2.00$ s. A partir de ese momento, la rueda giró 432 rad con aceleración angular constante hasta parar. *a*) ¿Qué ángulo total giró la rueda entre $t = 0$ y el instante en que se detuvo? *b*) ¿En qué tiempo se detuvo? *c*) ¿Qué aceleración tenía al irse frenando?

Sección 9.3 Relación entre cinemática lineal y angular

9.20. En un encantador hotel del siglo XIX, un elevador antiguo está conectado a un contrapeso mediante un cable que pasa por un disco giratorio con 2.50 m de diámetro (figura 9.28). El elevador sube y baja al girar el disco, y el cable no se desliza en el borde del disco, más bien gira con él. *a*) ¿Con cuantas rpm debe girar el disco para subir 25.0 cm/s el elevador? *b*) Para empezar a mover el elevador, éste debe acelerarse a $\frac{1}{8}g$. ¿Cuál debe ser la aceleración angular del disco en rad/s^2? *c*) ¿Con qué ángulo (en radianes y grados) el disco gira cuando éste sube el elevador 3.25 m entre pisos?

Figura 9.28 Ejercicio 9.20.



9.21. Con los datos astronómicos del Apéndice F, junto con el hecho de que la Tierra gira sobre su propio eje una vez al día, calcule *a*) la rapidez angular orbital de la Tierra (en rad/s) debida a su movimiento alrededor del Sol, *b*) su rapidez angular (en rad/s) debida a su giro axial, *c*) la rapidez tangencial de la Tierra alrededor del Sol (suponiendo una órbita circular), *d*) la rapidez tangencial de un punto en el ecuador terrestre debido al giro, y *e*) las componentes de la aceleración radial y tangencial del punto del inciso *d*).

9.22. Disco compacto. Un disco compacto (CD) almacena música en un patrón codificado de hoyos diminutos de 10^{-7} m de profundidad, dispuestos en una pista espiral que va desde el centro hasta el borde del disco. Los radios interior y exterior de la espiral son de 25.0 mm y 58.0 mm, respectivamente. Dentro del reproductor de CD, mientras el disco gira la pista es barrida con rapidez *lineal* constante de 1.25 m/s. *a*) ¿Qué rapidez angular tiene el CD cuando se barre la parte interior de la pista? ¿Y la parte exterior? *b*) La duración máxima de un CD es de 74.0 min. ¿Qué longitud tendría la pista de tal CD si se estirara en línea recta? *e*) ¿Qué aceleración angular media tiene un CD de máxima duración durante los 74.0 min? Tome la dirección de rotación del disco como positiva.

9.23. Una rueda con diámetro de 40.0 cm parte del reposo y gira con una aceleración angular constante de 3.00 rad/s^2. En el instante en que la rueda ha completado su segunda revolución, calcule la aceleración radial de un punto en el borde de dos maneras: *a*) usando la relación $a_{rad} = \omega^2 r$ y *b*) a partir de la relación $a_{rad} = v^2/r$.

9.24. Ultracentrífuga. Calcule la rapidez angular (en rpm) que debe tener una ultracentrífuga para que la aceleración radial en un punto a 2.50 cm del eje sea de 400,000 *g* (es decir, 400,000 veces la aceleración debida a la gravedad).

9.25. Un volante con radio de 0.300 m parte del reposo y acelera con aceleración angular constante de 0.600 rad/s^2. Calcule la magnitud de las aceleraciones tangencial y radial, así como de la aceleración resultante de un punto en su borde *a*) al principio; *b*) después de girar 60.0°; *c*) después de girar 120.0°.

9.26. Un ventilador eléctrico de 0.750 m de diámetro, instalado en el techo, gira sobre un eje fijo con velocidad angular inicial de 0.250 rev/s. La aceleración angular es constante de 0.900 rev/s^2. *a*) Calcule la velocidad angular del ventilador después de 0.200 s. *b*) ¿Cuántas revoluciones giró una aspa en este tiempo? *c*) ¿Qué rapidez tangencial tiene un punto en la punta del aspa en $t = 0.200$ s? *d*) ¿Qué magnitud tiene la aceleración *resultante* de un punto en la punta del aspa en $t = 0.200$ s?

9.27. Centrífuga. En un anuncio se asegura que una centrífuga sólo ocupa 0.127 m de espacio en una mesa, pero puede producir una aceleración radial de 3000 *g* a 5000 rpm. Calcule el radio que debe tener la centrífuga. ¿Es verosímil la afirmación del anuncio?

9.28. *a*) Deduzca una ecuación para la aceleración radial que incluya v y ω pero no r. *b*) Imagine que está diseñando un carrusel, donde un punto en el borde tendrá una aceleración radial de 0.500 m/s^2 cuando la velocidad tangencial en ese punto sea de 2.00 m/s. ¿Qué velocidad angular se necesita para lograr estos valores?

9.29. Perforación eléctrica. Según el manual del usuario, para hacer un agujero de 12.7 mm de diámetro en madera, plástico o aluminio, se recomienda una rapidez del taladro de 1250 rev/min. Para una broca de 12.7 mm de diámetro que gira a 1250 rev/min (constantes), calcule *a*) la rapidez lineal máxima de cualquier punto de la broca; *b*) la aceleración radial máxima de cualquier punto de la broca.

9.30. En $t = 3.00$ s, un punto en el borde de una rueda con radio de 0.200 m tiene una rapidez tangencial de 50.0 m/s, mientras la rueda se frena con aceleración tangencial de magnitud constante de 10.0 m/s^2. *a*) Calcule la aceleración angular constante de la rueda. *b*) Calcule las velocidades angulares en $t = 3.00$ s y $t = 0$. *c*) ¿Qué ángulo giró la rueda entre $t = 0$ y $t = 3.00$ s? *d*) ¿En qué instante la aceleración radial es igual a *g*?

9.31. Los ciclos de centrifugado de una lavadora tienen dos rapideces angulares, 423 rev/min y 640 rev/min. El diámetro interno del tambor es de 0.470 m. *a*) ¿Qué relación hay entre la fuerza radial máxima sobre la ropa para las dos rapideces angulares? *b*) ¿Y entre las rapideces tangenciales máximas de la ropa? *c*) Calcule la rapidez tangencial máxima de la ropa y la aceleración radial máxima en términos de *g*.

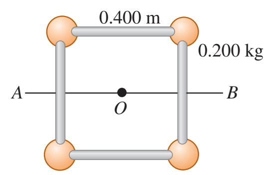
9.32. Imagine que usted debe diseñar un eje cilíndrico giratorio para levantar cubetas de cemento con un peso de 800 N, desde el suelo hasta una azotea a 78.0 m sobre el suelo. Las cubetas se colgarán de un gancho en el extremo libre de un cable que se enrolla en el eje; al girar este eje, las cubetas ascienden. *a*) ¿Qué diámetro debe tener el eje para levantar las cubetas con rapidez constante de 2.00 cm/s mientras gira a 7.5 rpm? *b*) Si el eje debe impartir a las cubetas una aceleración hacia arriba de 0.400 m/s^2, ¿qué aceleración angular deberá tener el eje?

9.33. Al montar una bicicleta de varias velocidades, el ciclista puede seleccionar el radio de la rueda dentada trasera, que está fija al eje trasero. La rueda dentada delantera tiene 12.0 cm de radio. Si la rapidez angular de la rueda dentada delantera es de 0.600 rev/s, ¿qué radio tiene la rueda dentada trasera con la que la rapidez tangencial de un punto en el borde del neumático trasero es de 5.00 m/s? El neumático tiene 0.330 m de radio.

Sección 9.4 Energía en el movimiento rotacional

9.34. Cuatro esferas pequeñas, que pueden considerarse como puntos con masa de 0.200 kg cada una, están dispuestas en un cuadrado de 0.400 m de lado, conectadas por varillas muy ligeras (figura 9.29). Calcule el momento de inercia del sistema alrededor de un eje *a*) que pasa por el centro del cuadrado, perpendicular a su plano (que pasa por *O* en la figura); *b*) que biseca el cuadrado (pasa por la línea *AB* en la figura); *c*) que pasa por los centros de las esferas superior izquierda e inferior derecha y por el punto *O*.

Figura 9.29 Ejercicio 9.34.



9.35. Calcule el momento de inercia de cada uno de los siguientes objetos uniformes en torno a los ejes indicados. Consulte la tabla 9.2 si lo requiere. *a*) Una varilla delgada de 2.50 kg con longitud de 75.0 cm, alrededor de un eje perpendicular a ella y que pasa por i) un extremo, ii) su centro y iii) alrededor de un eje paralelo a la varilla y que pasa por ella. *b*) Una esfera de 3.00 kg con diámetro de 38.0 cm, alrededor de un eje que pasa por su centro, si la esfera i) es sólida y ii) es un caparazón hueco de pared delgada. *c*) Un cilindro de 8.00 kg con longitud de 19.5 cm y diámetro de 12.0 cm, alrededor del eje central de un cilindro, si el cilindro es i) hueco de pared delgada y ii) sólido.

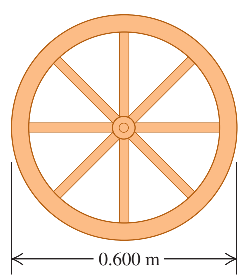
9.36. Bloques pequeños de masa *m* están sujetos en los extremos y el centro de una varilla ligera de longitud *L* y masa despreciable. Calcule el momento de inercia del sistema alrededor de un eje perpendicular a la varilla y que pasa por *a*) el centro y *b*) un punto a un cuarto de su longitud.

9.37. Dos esferas pequeñas están pegadas a los extremos de una barra uniforme de 2.00 m de longitud y masa de 4.00 kg. Las esferas tienen masa de 0.500 kg cada una y se pueden tratar como masas puntuales. Calcule el momento de inercia de esta combinación en torno a cada uno de los ejes siguientes: *a*) un eje perpendicular a la barra que pasa por su centro; *b*) un eje perpendicular a la barra que pasa por una de las esferas; *c*) un eje paralelo a la barra que pasa por ambas esferas; *d*) un eje paralelo a la barra que está a 0.500 m de ella.

9.38. El bastón de una bastonera es un cilindro metálico delgado de masa *M* y longitud *L*. Cada extremo tiene una tapa de hule de masa *m*, que puede tratarse como partícula en este problema. Calcule el momento de inercia total del bastón alrededor del eje de giro usual (perpendicular al bastón y por su centro).

9.39. Una rueda de carreta (figura 9.30) tiene un radio de 0.300 m y la masa de su borde es de 1.40 kg. Cada rayo, que está sobre un diámetro y tie-

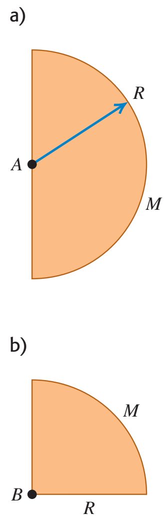
Figura 9.30 Ejercicio 9.39.



ne 0.300 m de longitud, tiene una masa de 0.280 kg. ¿Qué momento de inercia tiene la rueda alrededor de un eje que pasa por su centro y es perpendicular a su plano? (Use las fórmulas de la tabla 9.2.)

9.40. Un disco uniforme con radio R se corta a la mitad de manera que la mitad que queda tiene masa M (figura 9.31a). *a*) ¿Cuál es el momento de inercia de esta mitad alrededor de un eje perpendicular a su plano por el punto A? *b*) ¿Por qué su respuesta al inciso *a*) resultó igual que si se tratara de un disco completo de masa M? *c*) ¿Cuál sería el momento de inercia de un cuarto del disco de masa M y radio R alrededor de un eje perpendicular a su plano que pasa por el punto B (figura 9.31b)?

Figura 9.31 Ejercicio 9.40.



9.41. Un disco compuesto con diámetro exterior de 140.0 cm está hecho de un material sólido y uniforme de 50.0 cm de radio, con densidad de área de 3.00 g/cm^2 rodeada por un anillo concéntrico, cuyo radio interior es de 50.0 cm y radio exterior de 70.0 cm con densidad de área de 2.00 g/cm^2. Calcule el momento de inercia de este objeto alrededor de un eje perpendicular al plano del objeto y que pasa por su centro.

9.42. Una hélice de avión tiene un diámetro de 2.08 m (de punta a punta) y masa de 117 kg, y gira a 2400 rpm (rev/min) alrededor de un eje que pasa por su centro. Trate la hélice como varilla delgada. *a*) ¿Qué energía cinética rotacional tiene? *b*) Suponga que, debido a restricciones de peso, usted tuviera que reducir la masa de la hélice a 75.0% de su masa original, pero siguiera requiriendo los mismos tamaño y energía cinética. ¿Cuál tendría que ser su rapidez angular en rpm?

9.43. ¿Energía proveniente de la Luna? Suponga que en algún momento en el futuro decidimos aprovechar la energía rotacional de la Luna para su uso en la Tierra. Además de los datos astronómicos del Apéndice F, tal vez usted necesite saber que la Luna gira sobre su eje una vez cada 27.3 días. Suponga que la Luna es completamente homogénea. *a*) ¿Cuánta energía total podríamos obtener de la rotación lunar? *b*) En la actualidad nuestro planeta utiliza aproximadamente 4.0×10^{20} J de energía anualmente. Si en el futuro la Tierra usara cinco veces más energía cada año, ¿cuántos años de rotación lunar nos abastecerían de energía? De acuerdo con su respuesta, ¿se trataría de una fuente de energía atractiva para invertir según la relación costo-beneficio?

9.44. Usted necesita diseñar una tornamesa industrial de 60.0 cm de diámetro con energía cinética de 0.250 J cuando gira a 45.0 rpm (rev/min). *a*) ¿Cuál debe ser el momento de inercia de la tornamesa alrededor de su eje de rotación? *b*) Si su taller elabora dicha tornamesa con la forma de un disco uniforme sólido, ¿cuál debe ser su masa?

9.45. El volante de un motor de gasolina debe ceder 500 J de energía cinética, cuando su velocidad angular se reduce de 650 rev/min a 520 rev/min. ¿Qué momento de inercia se requiere?

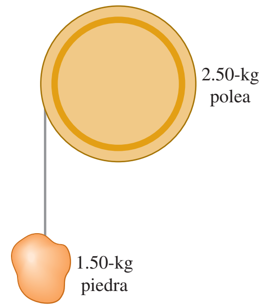
9.46. Una cuerda ligera y flexible se enrolla varias veces en un cilindro *hueco* con peso de 40.0 N y radio de 0.25 m, que gira sin fricción sobre un eje horizontal fijo. El cilindro está unido al eje mediante rayos cuyo momento de inercia es despreciable, e inicialmente está en reposo. Se tira del extremo libre de la cuerda con fuerza constante P una distancia de 5.00 m, punto en el cual la cuerda se está moviendo a 6.00 m/s. Si la cuerda no resbala sobre el cilindro, ¿cuánto vale P?

9.47. Se almacenará energía en un volante con forma de disco sólido uniforme con radio $R = 1.20$ m y masa de 70.0 kg. Para evitar que falle estructuralmente el volante, la aceleración radial máxima permitida de un punto en su borde es de 3500 m/s^2. ¿Qué energía cinética máxima puede almacenarse en el volante?

9.48. Suponga que el cilindro sólido del aparato del ejemplo 9.9 (sección 9.4) se sustituye por un cilindro hueco de paredes delgadas, con la misma masa M y radio R. El cilindro está unido al eje mediante rayos cuyo momento de inercia es despreciable. *a*) Calcule la rapidez de la masa colgante m justo antes de golpear el piso. *b*) Utilice los conceptos de energía para explicar por qué la respuesta al inciso *a*) es diferente de la rapidez calculada en el ejemplo 9.9.

9.49. Una polea sin fricción tiene la forma de un disco sólido uniforme de masa 2.50 kg y radio 20.0 cm. Una piedra de 1.50 kg se une a un alambre muy delgado que se enrolla alrededor del borde de la polea (figura 9.32), y el sistema se libera del reposo. *a*) ¿Qué tan lejos debe caer la piedra para que la polea tenga 4.50 J de energía cinética? *b*? ¿Qué porcentaje de la energía cinética total tiene la polea?

Figura 9.32 Ejercicio 9.49.



9.50. Una cubeta de masa m se ata a un cable sin masa que se enrolla alrededor del borde exterior de una polea uniforme sin fricción de radio R, similar al sistema que se presenta en la figura 9.32. En términos de las variables indicadas, ¿cuál debe ser el momento de inercia de la polea, de forma que siempre tenga la mitad de la energía cinética de la cubeta?

9.51. Cambio de escala de *I*. Si multiplicamos todas las dimensiones de diseño de un objeto por un factor de escala f, su volumen y masa se multiplicarán por f^3. *a*) ¿Por qué factor se multiplicará su momento de inercia? *b*) Si un modelo a escala $\frac{1}{48}$ tiene una energía cinética rotacional de 2.5 J, ¿cuánto valdrá la del objeto a escala normal hecho con el mismo material y girando con la misma velocidad angular?

9.52. Una escalera uniforme de 2.00 m de longitud y masa de 9.00 kg está apoyada contra un muro vertical formando un ángulo de 53° con el piso. Un trabajador empuja la escalera contra la pared hasta que queda vertical. ¿Cuánto trabajo realizó esa persona contra la gravedad?

9.53. Una cuerda uniforme de 3.00 kg y 24.0 m de longitud está en el suelo en la cima de un risco vertical. En la cima un alpinista desciende hasta la mitad de la cuerda, para ayudar a su compañero a subir el acantilado. ¿Cuál fue el cambio en la energía potencial de la cuerda durante esta maniobra?

Sección 9.5 Teorema de los ejes paralelos

9.54. Calcule el momento de inercia de un aro (anillo hueco de paredes delgadas) con masa M y radio R, alrededor de un eje perpendicular al plano del aro y que pasa por un borde.

9.55. ¿Alrededor de qué eje tendrá una esfera uniforme de madera, el mismo momento de inercia que tiene una esfera hueca de plomo con los mismos valores de masa y radio alrededor de un eje que pasa por su diámetro?

9.56. Use el teorema de los ejes paralelos para demostrar que los momentos de inercia dados en los incisos *a*) y *b*) de la tabla 9.2 son congruentes.

9.57. Una lámina de acero rectangular delgada tiene lados que miden a y b y una masa de M. Use el teorema de los ejes paralelos para calcular el momento de inercia de la lámina alrededor de un eje perpendicular al plano de la lámina y que pasa por una esquina de ésta.

9.58. *a*) Para la lámina rectangular delgada que se muestra en el inciso *d*) de la tabla 9.2, calcule el momento de inercia en torno a un eje que está en el plano de la placa, pasa por el centro de la placa y es paralelo al eje que se muestra en la figura. *b*) Calcule el momento de inercia de la placa en torno a un eje que está en el plano de la placa, pasa por el centro de la placa y es perpendicular al eje del inciso *a*).

9.59. Una varilla delgada uniforme de masa M y longitud L se dobla por su centro de manera que los dos segmentos son ahora perpendiculares entre sí. Encuentre el momento de inercia alrededor de un eje perpendicular a su plano y que pasa por *a*) el punto donde se cruzan los dos segmentos y *b*) el punto medio de la recta que conecta los dos extremos.

*Sección 9.6 Cálculos de momento de inercia

***9.60.** Utilizando la información de la tabla 9.2 y el teorema de los ejes paralelos, calcule el momento de inercia de la varilla delgada de masa M y longitud L de la figura 9.23 alrededor de un eje que pasa por O, a una distancia arbitraria h de un extremo. Compare su resultado con el obtenido por integración en el ejemplo 9.11 (sección 9.6).

***9.61.** Use la ecuación (9.20) para calcular el momento de inercia de un disco sólido uniforme de masa M y radio R alrededor de un eje perpendicular al plano del disco y que pasa por el centro.

***9.62.** Use la ecuación (9.20) para calcular el momento de inercia de una varilla delgada uniforme con masa M y longitud L alrededor de un eje en un extremo, perpendicular a la varilla.

***9.63.** La masa por unidad de longitud de una varilla delgada de longitud L varía con la distancia al extremo izquierdo, donde $x = 0$, según $dm/dx = \gamma x$, donde γ tiene unidades de $\mathrm{kg/m^2}$. *a*) Calcule la masa total de la varilla en términos de γ y L. *b*) Use la ecuación (9.20) para calcular el momento de inercia de la varilla para un eje en el extremo izquierdo, perpendicular a la varilla. Use la expresión que dedujo en el inciso *a*) para expresar I en términos de M y L. Compare su resultado con el de una varilla uniforme y explique las diferencias. *c*) Repita el inciso *b*) para un eje en el extremo derecho de la varilla y compare los resultados de los incisos *b*) y *c*). Explique las diferencias.

Problemas

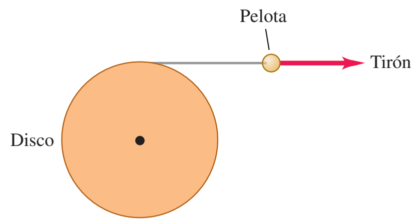
9.64. Dibuje una rueda que yace en el plano del papel y gira en sentido antihorario. Elija un punto en el borde y dibuje un vector $\vec{r}$ del centro de la rueda a ese punto. *a*) ¿Qué dirección tiene $\vec{\omega}$? *b*) Demuestre que la velocidad del punto es $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$. *c*) Demuestre que la aceleración radial del punto es $\vec{a}_{\mathrm{rad}} = \vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ (véase el ejercicio 9.28).

9.65. Viaje a Marte. Imagine que trabaja en un proyecto de la NASA para enviar un cohete a Marte. El cohete despegará de la Tierra cuando ésta y Marte estén alineados con el Sol. Si en este momento Marte está 60° adelante de la Tierra en su órbita alrededor del Sol, ¿cuándo debería lanzarse el cohete? (*Nota*: todos los planetas giran en torno al Sol en la misma dirección, y 1 año marciano equivale a 1.9 años terrestres; suponga que los dos planetas tienen órbita circular.)

9.66. Un rodillo de una imprenta gira un ángulo dado por $\theta(t) = \gamma t^2 - \beta t^3$, donde $\gamma = 3.20\ \mathrm{rad/s^2}$ y $\beta = 0.500\ \mathrm{rad/s^3}$. *a*) Calcule la velocidad angular del rodillo en función del tiempo. *b*) Calcule la aceleración angular del rodillo en función del tiempo. *c*) ¿Cuál es la máxima velocidad angular positiva que alcanza, y en qué instante t ocurre esto?

***9.67.** Un disco con radio de 25.0 cm tiene libertad para girar en torno a un eje perpendicular a él que pasa por su centro. Tiene un cordel delgado pero fuerte enrollado alrededor de su borde, y el cordel está unido a una pelota de la que se tira tangencialmente para alejarla del borde del disco (figura 9.33). El tirón aumenta en magnitud y produce una aceleración de la pelota que obedece la ecuación $a(t) = At$, donde t está en segundos y A es constante. El cilindro parte del reposo y al final del tercer segundo, la aceleración de la pelota es de $1.80\ \mathrm{m/s^2}$. *a*) Calcule A. *b*) Exprese la aceleración angular del disco en función del tiempo. *c*) ¿Cuánto tiempo después de que el disco comenzó a girar alcanzará una rapidez angular de 15.0 rad/s? *d*) ¿Con qué ángulo ha girado el disco justo cuando alcanza 15.0 rad/s? (*Sugerencia:* véase la sección 2.6.)

Figura 9.33 Problema 9.67.

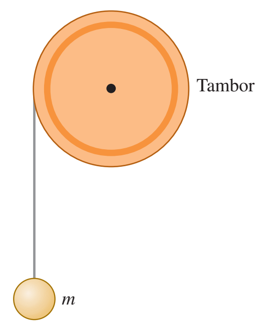


9.68. Cuando un coche de juguete de 0.180 kg y 15.0 cm de longitud es empujado rápidamente por el piso, almacena energía en su volante que tiene un momento de inercia de $4.00 \times 10^{-5}\ \mathrm{kg \cdot m^2}$. La publicidad asegura que el cochecito se puede hacer viajar con una rapidez a escala de hasta 700 km/h. La rapidez a escala es la rapidez del coche de juguete multiplicada por el cociente de la longitud de un automóvil real entre la longitud del juguete. Suponga que un automóvil real mide 3.0 m. *a*) Con una rapidez a escala de 700 km/h, ¿qué rapidez traslacional real tiene el coche? *b*) Si toda la energía cinética que está inicialmente en el volante se convierte en energía cinética traslacional del juguete, ¿cuánta energía se almacenó en el volante? *c*) ¿Qué velocidad angular inicial del volante se necesitó para almacenar la energía calculada en el inciso *b*)?

9.69. Un automóvil Chevrolet Corvette clásico modelo 1957, con masa de 1240 kg, parte del reposo y tiene una aceleración tangencial constante de $3.00\ \mathrm{m/s^2}$ en una pista circular de prueba con radio de 60.0 m. Trate el auto como partícula. *a*) ¿Qué aceleración angular tiene? *b*) ¿Qué rapidez angular tiene 6.00 s después de arrancar? *c*) ¿Qué aceleración radial tiene en este instante? *d*) Dibuje una vista superior de la pista circular, el auto, el vector de velocidad y las componentes del vector de la aceleración a los 6.00 s. *e*) ¿Qué magnitudes tienen la aceleración total y la fuerza neta del auto en este instante? *f*) ¿Qué ángulo forman estos vectores con la velocidad del auto a los 6.00 s?

9.70. Unos ingenieros están diseñando un sistema en el que una masa m, al caer, imparte energía cinética a un tambor uniforme giratorio, al cual está unida con un alambre delgado y muy ligero que está enrollado alrededor del borde del tambor (figura 9.34). No hay fricción considerable en el eje del tambor y todo el sistema parte del reposo. Este sistema se probó en la Tierra, pero debe utilizarse en Marte, donde la aceleración debida a la gravedad es de $3.71\ \mathrm{m/s^2}$. En las pruebas en la Tierra, cuando m es de 15.0 kg y se le permite caer una distancia de 5.00 m, imparte 250.0 J de energía cinética al tambor. *a*) Si el sistema se opera en Marte, ¿qué distancia tendría que caer la masa de 15.0 kg para impartir la misma cantidad de energía cinética al tambor? *b*) ¿Con qué rapidez se moverá la masa de 15.0 kg en Marte justo cuando el tambor gane 250.0 J de energía cinética?

Figura 9.34 Problema 9.70.



9.71. La banda de una aspiradora pasa por un eje con 0.45 cm de radio y una rueda con 2.00 cm de radio. La disposición de estas piezas es similar a la de la cadena y las ruedas dentadas de la figura 9.14. El motor gira el eje a 60.0 rev/s, y la banda gira la rueda, que se conecta mediante otro eje al rodillo que saca el polvo de la alfombra que se está limpiando. Suponga que la banda no resbala ni en el eje ni en la rueda. *a*) ¿Qué rapidez tiene un punto en la banda? *b*) ¿Qué velocidad angular tiene la rueda en rad/s?

9.72. El motor de una sierra circular gira a 3450 rev/min. Una polea conectada al eje del motor impulsa una segunda polea con la mitad del diámetro mediante una correa en "V". Una hoja de 0.208 m de diámetro está montada en el mismo eje giratorio que la segunda polea. *a*) El operador se descuida y la hoja atrapa y lanza hacia atrás un trocito de madera, el cual se mueve con rapidez lineal igual a la rapidez tangencial del borde de la hoja. Calcule dicha rapidez. *b*) Calcule la aceleración radial de un punto en el borde exterior de la hoja para saber por qué el aserrín no se adhiere a los dientes.

9.73. Una rueda cambia su velocidad angular con una aceleración angular constante, al girar sobre un eje fijo que pasa por su centro. *a*) Demuestre que el cambio de magnitud de la aceleración radial de un punto de la rueda, durante cualquier lapso, es el doble del producto de la aceleración angular, el desplazamiento angular y la distancia perpendicular del punto al eje. *b*) La aceleración radial de un punto de la rueda a 0.250 m del eje cambia de 25.0 m/s^2 a 85.0 m/s^2 mientras la rueda gira 15.0 rad. Calcule la aceleración tangencial de este punto. *c*) Demuestre que el cambio de energía cinética de la rueda durante cualquier lapso es el producto del momento de inercia alrededor del eje, la aceleración angular y el desplazamiento angular. *d*) Durante el desplazamiento angular de 15.0 rad del inciso *b*), la energía cinética de la rueda aumenta de 20.0 J a 45.0 J. ¿Qué momento de inercia tiene la rueda en torno al eje de rotación?

9.74. Una esfera consiste en un centro esférico sólido de madera con densidad de 800 kg/m^3 y radio de 0.20 m, cubierto por una capa delgada de plomo con densidad por área de 20 kg/m^2. Calcule el momento de inercia de esta esfera en torno a un eje que pasa por su centro.

9.75. Estime el momento de inercia de usted en torno a un eje vertical que pasa por el centro de la parte superior de la cabeza, estando parado en posición erguida y con los brazos extendidos a los lados. Haga aproximaciones razonables, y mida o estime las cantidades necesarias.

9.76. Una varilla uniforme de 50.0 cm de longitud y masa de 0.320 kg se dobla en su centro para darle forma de V, con un ángulo de 70.0° en su vértice. Calcule el momento de inercia de este objeto en torno a un eje perpendicular al plano de la V y que pasa por su vértice.

9.77. Se ha sugerido que las plantas eléctricas deberían aprovechar las horas de bajo consumo (por ejemplo, después de media noche) para generar energía mecánica y almacenarla hasta que se necesite durante los periodos de carga máxima, como a medio día. Una propuesta consiste en almacenar la energía en enormes volantes que giren sobre cojinetes casi sin fricción. Considere un volante de hierro (con densidad de 7800 kg/m^3) con forma de disco uniforme de 10.0 cm de espesor. *a*) ¿Qué diámetro debería tener semejante disco para almacenar 10.0 megajoules de energía cinética al girar a 90.0 rpm en torno a un eje perpendicular al disco y que pasa por su centro? *b*) ¿Qué aceleración centrípeta tendría un punto en su borde al girar con esta rapidez?

9.78. Al diseñar el motor para un cohete, usted desea reducir su peso remplazando una pieza esférica sólida con una coraza esférica hueca del mismo tamaño. Las piezas giran alrededor de un eje que pasa por su centro. Usted necesita asegurarse de que la pieza nueva siempre tenga la misma energía cinética de rotación que la pieza original tenía a cualquier tasa de rotación dada. Si la pieza original tenía una masa M, ¿cuál debe ser la masa de la pieza nueva?

9.79. La Tierra, que no es una esfera uniforme, tiene un momento de inercia de $0.3308MR^2$ alrededor de un eje que pasa por sus polos. La Tierra tarda 86,164 s en dar una revolución. Use el Apéndice F para calcular *a*) la energía cinética de la Tierra debida a esta rotación y *b*) la energía cinética de la Tierra debida a su movimiento orbital en torno al Sol. *c*) Explique cómo sabemos, por el valor el momento de inercia de la Tierra, que su masa está concentrada en su centro.

9.80. Un disco sólido uniforme de masa m y radio R pivotea sobre un eje horizontal que pasa por su centro, y un objeto pequeño con la misma masa m se sujeta al borde del disco. Si el disco se suelta del reposo con el objeto en el extremo de un radio horizontal, calcule la rapidez angular cuando el objeto esté directamente abajo del eje.

9.81. Un anuncio metálico de una concesionaria automotriz es un triángulo rectángulo delgado y uniforme con base de longitud b y altura h. La masa del anuncio es M. *a*) Calcule su momento de inercia para la rotación en torno al cateto de longitud h? *b*) Si $M = 5.40$ kg, $b = 1.60$ m y $h = 1.20$ m, ¿qué energía cinética tiene el letrero cuando está girando a 2.00 rev/s en torno a un eje que coincide con el cateto de 1.20 m?

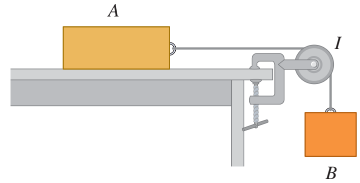
9.82. Medición de *I*. Imagine que trabaja como pasante en una empresa de ingenieros y le piden que mida el momento de inercia de una rueda grande, que gire en torno a un eje que pasa por su centro. Dado que usted fue buen estudiante de física, sabe lo que debe hacer. Mide la rueda y determina que su diámetro es de 0.740 m y que tiene un peso de 280 N. Luego monta la rueda, empleando cojinetes sin fricción, en un eje horizontal que pasa por el centro de la rueda. Enrolla una cuerda ligera en el borde de la rueda y cuelga una masa de 8.00 kg del extremo libre, como se muestra en la figura 9.18. Ahora suelta la masa desde el reposo; la masa desciende y la rueda gira mientras la cuerda se desenrolla. Usted determina que la masa tiene una rapidez de 5.00 m/s después de haber descendido 2.00 m. *a*) ¿Qué momento de inercia tiene la rueda para un eje perpendicular que pasa por su centro? *b*) Su jefe le dice que se requiere un I más grande y le pide diseñar una rueda con la misma masa y radio que tenga $I = 19.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. ¿Qué le contesta usted?

9.83. Un metro de 0.160 kg pivotea sobre un extremo, de manera que puede girar sin fricción alrededor de un eje horizontal. El metro se sostiene en posición horizontal y se suelta. Al pasar por la vertical, calcule *a*) el cambio de energía potencial gravitacional que haya ocurrido; *b*) la rapidez angular del metro; *c*) la rapidez lineal del extremo opuesto al eje. *d*) Compare la respuesta del inciso *c*) con la rapidez de una partícula que ha caído 1.00 m desde el reposo.

9.84. Exactamente una vuelta de una cuerda flexible de masa m está enrollada en un cilindro uniforme de masa M y radio R, que gira sin fricción sobre un eje horizontal a lo largo del eje del cilindro. Un extremo de la cuerda está sujeto al cilindro, el cual inicia con rapidez angular ω_0. Después de una revolución, la cuerda se ha desenrollado y cuelga verticalmente, tangente al cilindro. Calcule la rapidez angular del cilindro y la rapidez lineal del extremo inferior de la cuerda en este instante. Puede ignorar el espesor de la cuerda. (*Sugerencia:* use la ecuación (9.18).)

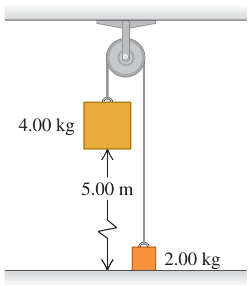
9.85. La polea de la figura 9.35 tiene radio R y momento de inercia I. La cuerda no resbala sobre la polea y ésta gira sobre un eje sin fricción. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque A y la mesa es μ_k. El sistema se suelta del reposo y el bloque B desciende. La masa de A es m_A; y la de B, m_B. Use métodos de energía para calcular la rapidez de B en función de la distancia d que ha descendido.

Figura 9.35 Problema 9.85.



9.86. La polea de la figura 9.36 tiene 0.160 m de radio y su momento de inercia es de $0.480\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$. La cuerda no resbala en la polea. Use métodos de energía para calcular la rapidez del bloque de 4.00 kg justo antes de golpear el piso.

Figura 9.36 Problema 9.86.

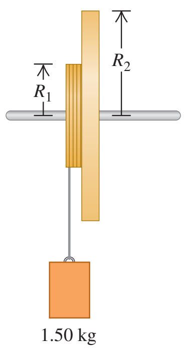


9.87. Se cuelga un aro delgado de radio R de un clavo. El aro se desplaza lateralmente (dentro de su plano) un ángulo β con respecto a su posición de equilibrio y se suelta. ¿Qué rapidez angular tiene al volver a su posición de equilibrio? (*Sugerencia:* use la ecuación (9.18).)

9.88. Un autobús en Zurich, Suiza, obtenía su potencia motriz de la energía almacenada en un volante grande, cuya rapidez se aumentaba periódicamente, cuando el autobús hacía una parada, con un motor eléctrico que entonces podía conectarse a las líneas eléctricas. El volante era un cilindro sólido con masa de 1000 kg y 1.80 m de diámetro; su rapidez angular máxima era de 3000 rev/min. *a*) Con esta rapidez angular, ¿qué energía cinética tiene el volante? *b*) Si la potencia media que requería el autobús era de 1.86×10^4 W, ¿cuánto tiempo podía operar entre paradas?

9.89. Dos discos metálicos, con radios $R_1 = 2.50$ cm y $R_2 = 5.00$ cm, y masas $M_1 = 0.80$ kg y $M_2 = 1.60$ kg, se sueldan juntos y se montan en un eje sin fricción que pasa por su centro común (figura 9.37). *a*) ¿Qué momento de inercia total tienen los discos? *b*) Un cordón ligero se enrolla en el disco más chico y se cuelga de él un bloque de 1.50 kg. Si el bloque se suelta del reposo a una altura de 2.00 m sobre el piso, ¿qué rapidez tiene justo antes de golpear el piso? *c*) Repita el inciso *b*) pero ahora con el cordón enrollado en el disco grande. ¿En qué caso el bloque alcanza mayor rapidez? Explique su respuesta.

Figura 9.37 Problema 9.89.

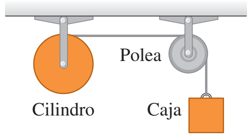


9.90. En el sistema de cilindro y masa del ejemplo 9.9 (sección 9.4), suponga que la masa m que cae está hecha de hule ideal, de modo que no pierde energía mecánica al golpear el piso. *a*) Si el cilindro no gira inicialmente y la masa m se suelta del reposo desde una altura h, ¿a qué altura rebotará la masa si lo hace verticalmente? *b*) Explique, en términos de energía, por qué la respuesta a *a*) es *menor* que h.

9.91. En el sistema que se muestra en la figura 9.18, una masa de 12.0 kg se suelta desde el reposo y cae, haciendo que el cilindro uniforme con masa de 10.0 kg y diámetro de 30.0 cm gire en torno a un eje sin fricción que pasa por su centro. ¿Qué distancia deberá descender la masa para impartir al cilindro 250 J de energía cinética?

9.92. En la figura 9.38, el cilindro y la polea giran sin fricción en torno a ejes horizontales estacionarios que pasan por su respectivo centro. Se enrolla una cuerda ligera en el cilindro, la cual pasa por la polea y tiene una caja de 3.00 kg suspendida de su extremo libre. No hay deslizamiento entre la cuerda y la superficie de la polea. El cilindro uniforme tiene masa de 5.00 kg y radio de 40.0 cm. La polea es un disco uniforme con masa de 2.00 kg y radio de 20.0 cm. La caja se suelta desde el reposo y desciende mientras la cuerda se desenrolla del cilindro. Calcule la rapidez que tiene la caja cuando ha caído 1.50 m.

Figura 9.38 Problema 9.92.



9.93. Un disco plano uniforme tiene masa M y radio R. Se perfora en él un agujero circular de radio $R/4$, centrado en un punto a $R/2$ del centro del disco. *a*) Calcule el momento de inercia del disco alrededor de un eje que pasa por su centro, perpendicular al plano del disco. (*Sugerencia*: calcule el momento de inercia de la pieza que se quitó al disco.) *b*) Calcule el momento de inercia del disco agujerado en torno a un eje que pasa por el centro del agujero, perpendicular al plano del disco.

9.94. Se hace un péndulo con una esfera sólida uniforme de masa M y radio R suspendida del extremo de una varilla ligera. La distancia del pivote en el extremo superior de la varilla al centro de la esfera es L. El momento de inercia I_P del péndulo para la rotación alrededor del pivote suele aproximarse con ML^2. *a*) Use el teorema de los ejes paralelos para demostrar que si R es el 5% de L y se desprecia la masa de la varilla, I_p es sólo 0.1% mayor que ML^2. *b*) Si la masa de la varilla es el 1% de M y R es mucho menor que L, ¿qué relación hay entre I_{varilla} para un eje en el pivote, y ML^2?

9.95. Teorema de los ejes perpendiculares. Considere un cuerpo rígido que es una lámina delgada plana de forma arbitraria en el plano xy, con el origen de coordenadas O situado en cualquier punto dentro o fuera del cuerpo. Sean I_x e I_y los momentos de inercia alrededor de los ejes x y y, y sea I_0 el momento de inercia alrededor de un eje que pasa por O, perpendicular al plano. *a*) Considerando elementos de masa m_i con coordenadas (x_i, y_i), demuestre que $I_x + I_y = I_O$. Éste es el teorema de los ejes perpendiculares. Observe que el punto O no tiene que ser el centro de masa. *b*) Para una arandela delgada con masa M y radios interior y exterior R_1 y R_2, use el teorema de los ejes perpendiculares para calcular el momento de inercia alrededor de un eje que está en el plano de la arandela y que pasa por su centro. Puede usar la información de la tabla 9.2. *c*) Use el teorema de los ejes perpendiculares para demostrar que, en el caso de una lámina delgada cuadrada con masa M y longitud de lado L, el momento de inercia en torno a *a cualquier* eje en el plano de la lámina que pase por el centro de la lámina es $\frac{1}{12}ML^2$. Puede usar la información de la tabla 9.2.

9.96. Una varilla uniforme delgada se dobla formando un cuadrado de lado a. Si la masa total es M, calcule el momento de inercia alrededor de un eje que pasa por el centro y es perpendicular al plano del cuadrado. (*Sugerencia*: use el teorema de los ejes paralelos.)

***9.97.** La densidad de un cilindro de radio R y masa M aumenta linealmente con la distancia r al eje del cilindro, $\rho = \alpha r$, donde α es una constante positiva. *a*) Calcule el momento de inercia del cilindro alrededor de un eje longitudinal que pasa por su centro, en términos de M y R. *b*) ¿Su respuesta es mayor o menor que el momento de inercia de un cilindro con la misma masa y radio pero densidad uniforme? Explique por qué este resultado es lógico cualitativamente.

Figura 9.39 Problema 9.98.

9.98. Estrellas de neutrones y restos de supernovas. La Nebulosa del Cangrejo es una nube de gas brillante de unos 10 años luz de diámetro, a una distancia aproximada de 6500 años luz de la Tierra (figura

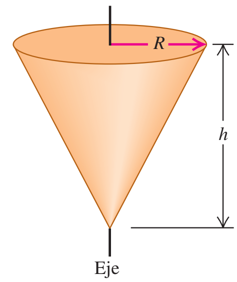
9.39). Es el residuo de una estrella que sufrió una *explosión supernova* vista en la Tierra en 1054 D.C. Esta nebulosa libera energía a razón de aproximadamente 5×10^{31} W, unas 10^5 veces la energía radiada por el Sol. El origen de esa energía es la rotación rápida de una *estrella de neutrones* en el centro de la nebulosa. Este objeto gira una vez cada 0.0331 s, y este periodo aumenta 4.22×10^{-13} s cada segundo que pasa. *a*) Si la rapidez con que la estrella de neutrones pierde energía es igual a la rapidez con que la nebulosa libera energía, calcule el momento de inercia de tal estrella. *b*) Las teorías sobre supernovas predicen que la estrella de neutrones de la Nebulosa del Cangrejo tiene una masa aproximadamente 1.4 veces mayor que la del Sol. Modelando la estrella de neutrones como esfera uniforme sólida, calcule su radio en kilómetros. *c*) ¿Qué rapidez lineal tiene un punto en el ecuador de esa estrella? Compare esto con la rapidez de la luz. *d*) Suponga que la estrella de neutrones es uniforme y calcule su densidad, comparándola con la de una roca ordinaria (3000 kg/m^3) y la densidad de un núcleo atómico (aproximadamente 10^{17} kg/m^3). Justifique la afirmación de que una estrella de neutrones es en esencia un núcleo atómico grande.

Problemas de desafío

9.99. El momento de inercia de una esfera con densidad uniforme alrededor de un eje que pasa por su centro es $\frac{2}{5}MR^2 = 0.400MR^2$. Observaciones de satélite muestran que el momento de inercia de la Tierra es de $0.3308MR^2$. Datos geofísicos sugieren que la Tierra tiene 5 regiones principales: el núcleo interior ($r = 0$ a $r = 1220$ km) con densidad media de 12,900 kg/m^3, el núcleo exterior ($r = 1220$ km a $r = 3480$ km) con densidad media de 10,900 kg/m^3, el manto inferior ($r = 3480$ km a $r = 5700$ km) con densidad media de 4900 kg/m^3, el manto superior ($r = 5700$ km a $r = 6350$ km) con densidad media de 3600 kg/m^3 y la corteza exterior y los océanos ($r = 6350$ km a $r = 6370$ km) con densidad media de 2400 kg/m^3. *a*) Demuestre que el momento de inercia alrededor de un diámetro de una coraza esférica uniforme con radio interior R_1, radio exterior R_2 y densidad ρ es $I = \rho(8\pi/15)(R_2^5 - R_1^5)$. (*Sugerencia:* forme la coraza superponiendo una esfera de densidad ρ y una esfera menor de densidad $-\rho$.) *b*) Verifique los datos dados usándolos para calcular la masa de la Tierra. *c*) Use los datos dados para calcular el momento de inercia de la Tierra en términos de MR^2.

***9.100.** Calcule el momento de inercia de un cono sólido uniforme de masa M y altura h alrededor de un eje que pasa por su centro (figura 9.40). El radio de la base circular es R.

Figura 9.40 Problema de desafío 9.100.



9.101. En un disco compacto (CD), la música se codifica en un patrón de agujeros diminutos dispuestos en una pista que corre en espiral hacia el borde del disco. Al girar el disco dentro del reproductor, la pista es barrida con una rapidez *lineal* constante de $v = 1.25$ m/s. Puesto que el radio de la pista varía al irse alejando del centro, la rapidez *angular* del disco debe cambiar al reproducirse el CD. (Véase el ejercicio 9.22.) Veamos qué aceleración angular se necesita para mantener v constante. La ecuación de una espiral es $r(\theta) = r_0 + \beta\theta$, donde r_0 es el radio de la espiral en $\theta = 0$ y β es una constante. En un CD, r_0 es el radio interior de la pista. Si tomamos la dirección de rotación del CD como positiva, β debe ser positiva para que r aumente al girar el disco y aumentar θ. *a*) Al girar el disco un ángulo pequeño $d\theta$, la distancia barrida sobre la pista es $ds = r\,d\theta$. Usando la expresión anterior para $r(\theta)$, integre ds para obtener la distancia total s barrida sobre la pista en función de ángulo total θ que ha girado el disco. *b*) Dado que la pista se barre con rapidez lineal constante v, la distancia s obtenida en el inciso *a*) es igual a vt. Use esto para obtener θ en función del tiempo. Habrá dos soluciones para θ; elija la positiva y explique por qué es la adecuada. *c*) Con su expresión para $\theta(t)$, calcule la velocidad angular ω_z y la aceleración angular α_z en función del tiempo. ¿α_z es constante? *d*) En un CD, el radio interior de la pista es de 25.0 mm, el radio aumenta 1.55 μm cada revolución y la duración del CD es de 74.0 min. Calcule r_0 y β y determine el número total de revoluciones del disco durante su reproducción. *e*) Con sus resultados de *c*) y *d*), grafique ω_z (en rad/s) contra t y α_z (en rad/s^2) contra t entre $t = 0$ y $t = 74.0$ min.