

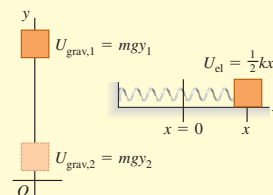
CAPÍTULO 7 RESUMEN

Energía potencial gravitacional y energía potencial elástica:

El trabajo efectuado sobre una partícula por una fuerza gravitacional constante puede representarse en términos de un cambio en la energía potencial gravitacional $U_{\text{grav}} = mgy$. Esta energía es una propiedad compartida de la partícula y la Tierra. Una energía potencial también se asocia con la fuerza elástica $F_x = -kx$ ejercida por un resorte ideal, donde x es la distancia de estiramiento o compresión. El trabajo efectuado por esta fuerza puede representarse como un cambio en la energía potencial elástica del resorte, $U_{\text{el}} = \frac{1}{2}kx^2$.

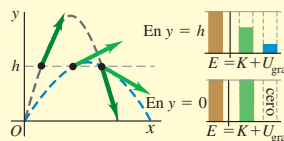
$$\begin{aligned} W_{\text{grav}} &= mgy_1 - mgy_2 \\ &= U_{\text{grav},1} - U_{\text{grav},2} \\ &= -\Delta U_{\text{grav}} \end{aligned} \quad (7.1), (7.3)$$

$$\begin{aligned} W_{\text{el}} &= \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2 \\ &= U_{\text{el},1} - U_{\text{el},2} = -\Delta U_{\text{el}} \end{aligned} \quad (7.10)$$



Cuando la energía mecánica total se conserva: La energía potencial total U es la suma de las energías potenciales gravitacional y elástica: $U = U_{\text{grav}} + U_{\text{el}}$. Si sólo fuerzas gravitacional y elástica realizan trabajo sobre una partícula, se conserva la suma de las energías cinética y potencial. Esta suma, $E = K + U$, se denomina energía mecánica total. (Véanse los ejemplos 7.1, 7.3, 7.4 y 7.7.)

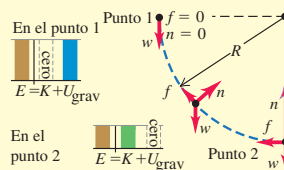
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad (7.4), (7.11)$$



Cuando la energía mecánica total no se conserva:

Cuando fuerzas distintas de la gravitacional y la elástica efectúan trabajo sobre una partícula, el trabajo W_{otras} realizado por estas otras fuerzas es igual al cambio en la energía mecánica total (energía cinética más energía potencial total). (Véanse los ejemplos 7.2, 7.5, 7.6, 7.8 y 7.9.)

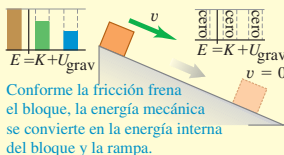
$$K_1 + U_1 + W_{\text{otras}} = K_2 + U_2 \quad (7.14)$$



Fuerzas conservativas, fuerzas no conservativas y la ley de conservación de la energía:

Todas las fuerzas son conservativas o bien no conservativas. Una fuerza conservativa es aquella para la cual la relación trabajo-energía cinética es totalmente reversible. El trabajo de una fuerza conservativa siempre puede representarse mediante una función de energía potencial, no así el de una fuerza no conservativa. El trabajo realizado por fuerzas no conservativas se manifiesta como cambios en la energía interna de los cuerpos. La suma de las energías cinética, potencial e interna siempre se conserva. (Véanse los ejemplos 7.10 a 7.12.)

$$\Delta K + \Delta U + \Delta U_{\text{int}} = 0 \quad (7.15)$$



Cálculo de la fuerza a partir de la energía potencial:

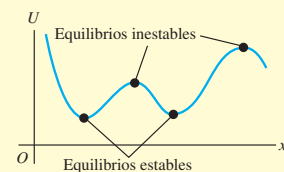
En un movimiento rectilíneo, una fuerza conservativa $F_x(x)$ es la derivada negativa de la función de energía potencial U asociada a ella. En tres dimensiones, las componentes de una fuerza conservativa son las derivadas parciales negativas de U . (Véanse los ejemplos 7.13 y 7.14.)

$$F_x(x) = -\frac{dU(x)}{dx} \quad (7.16)$$

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \quad (7.17)$$

$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}\right) \quad (7.18)$$



Términos clave

energía potencial, 214

energía potencial gravitacional, 214

energía mecánica total del sistema, 215

conservación de la energía mecánica, 215

energía potencial elástica, 223

fuerza conservativa, 228

fuerza no conservativa, 229

fuerza disipadora, 229

energía interna, 231

ley de conservación de la energía, 231

gradiente, 234

diagrama de energía, 235

equilibrio estable, 235

equilibrio inestable, 235

Respuesta a la pregunta de inicio de capítulo ?

La gravedad está efectuando trabajo positivo sobre el clavadista, pues esta fuerza tiene la misma dirección hacia abajo que el desplazamiento de aquél. Esto corresponde a una disminución en la energía potencial gravitacional. El agua está efectuando trabajo negativo sobre el clavadista; ejerce una fuerza hacia arriba debido a la resistencia de fluido mientras el clavadista se mueve hacia abajo. Esto corresponde a un incremento en la energía interna del clavadista y del agua (véase la sección 7.3).

Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

7.1 Respuesta: iii) La energía cinética inicial $K_1 = 0$, la energía potencial inicial $U_1 = mgy_1$ y la energía potencial final $U_2 = mgy_2$ son las mismas para ambos bloques. La energía mecánica se conserva en am-

bos casos, así que la energía cinética final $K = \frac{1}{2}mv_2^2$ también es la misma para ambos bloques. Por lo tanto, ¡la rapidez en el extremo derecho es la *misma* en ambos casos!

7.2 Respuesta: iii) El elevador aún se mueve hacia abajo, de manera que la energía cinética K es positiva (recuerde que K nunca puede ser negativa); el elevador está debajo del punto 1, así que $y < 0$ y $U_{\text{grav}} < 0$; y el resorte se comprime, por lo que $U_{\text{el}} > 0$.

7.3 Respuesta: iii) A causa de la fricción en las turbinas y entre el agua y las turbinas, algo de la energía potencial se pierde al calentar el agua y el mecanismo.

7.4 Respuestas: a) iv), b) i) Si $F_x = 0$ en un punto, la derivada de $U(x)$ en ese punto debe ser cero porque $F_x = -dU(x)/dx$. Sin embargo, esto no nos dice absolutamente nada acerca del *valor* de $U(x)$ en ese punto.

7.5 Respuesta: iii) La figura 7.24b muestra la componente de fuerza F_x . Donde esta tiene su valor máximo (más positivo), la componente x de la fuerza y la aceleración x tienen valores más positivos que en los valores adyacentes de x .

PROBLEMASPara las tareas asignadas por el profesor, visite www.masteringphysics.com**Preguntas para análisis**

P7.1. Se lanza una pelota béisbol verticalmente hacia arriba con rapidez inicial v_0 . Si no se desprecia la resistencia del aire, cuando la pelota vuelva a su altura inicial su rapidez será menor que v_0 . Explique esto usando conceptos de energía.

P7.2. Un proyectil tiene la misma energía cinética inicial sin importar su ángulo de lanzamiento. ¿Por qué no alcanza la misma altura máxima en todos los casos?

P7.3. ¿La rapidez de un objeto en la base de una rampa sin fricción depende de la forma de la rampa o sólo de su altura? Explique su respuesta. ¿Y cuando la rampa *sí* tiene fricción?

P7.4. Se deja caer un huevo a partir del reposo desde la azotea de un edificio al suelo. Un estudiante en la azotea observa la caída, que usa coordenadas con origen en la azotea; y otro estudiante en el suelo usa coordenadas con origen en el suelo. ¿Asignan ambos valores iguales o diferentes a las energías potenciales gravitacionales inicial y final, al cambio de energía potencial gravitacional y a la energía cinética del huevo, justo antes de golpear el suelo? Explique su respuesta.

P7.5. Un profesor de física tenía una bola de boliche colgada de una cuerda muy larga sujeta al techo de una aula muy grande. Con la finalidad de ilustrar su fe en la conservación de la energía, gustaba de retroceder a un costado del estrado, tirando de la bola hasta que la tensa cuerda le dejaba llegar justo a la punta de su nariz, y luego la soltaba. La pesada bola describía un gran arco sobre el estrado y regresaba, parándose momentáneamente justo frente a la nariz del inmóvil e impávido profesor. Un día, después de la demostración, alzó la vista justo a tiempo para ver que un estudiante en el otro lado del estrado *empujaba* la bola después de tirar de ella hasta tenerla frente a su nariz, tratando de duplicar la demostración. Termine de contar la historia y explique el posiblemente trágico desenlace.

P7.6. ¿Energía perdida? El principio de conservación de la energía nos dice que la energía nunca se pierde, tan sólo cambia de una forma a otra. Sin embargo, en muchas situaciones cotidianas, parece que se pierde energía. En cada caso, explique qué le ocurre a la energía “perdida”. *a)* Una caja que se desliza por el piso se detiene a causa de la fricción. ¿De qué manera la fricción se lleva su energía cinética, y que le sucede a tal energía? *b)* Un automóvil se detiene cuando usted aplica los frenos. ¿Qué le ocurre a su energía cinética? *c)* La resistencia del aire “consume” algo de la energía potencial gravitacional de un objeto que cae. ¿En qué tipo de energía se convirtió la energía potencial “perdida”? *d)* Cuando un transbordador espacial que regresa toca tierra, ha perdido casi toda su energía cinética y su energía potencial gravitacional. ¿A dónde se fue toda esa energía?

P7.7. ¿Una fuerza de fricción puede en algún caso *aumentar* la energía mecánica de un sistema? De ser así, mencione algunos ejemplos.

P7.8. Una clavadista rebota en un trampolín, yendo un poco más alto cada vez. Explique cómo aumenta la energía mecánica total.

P7.9. Física fracturada. A menudo las personas llaman recibo de *potencia* a su recibo de electricidad, aun cuando la cantidad en la que se basa está expresada en *kilowatt-horas*. ¿Qué es lo que en realidad se les cobra a las personas en tal recibo?

P7.10. Una piedra de masa m y otra de masa $2m$ se sueltan desde el reposo a la misma altura sin que sufran resistencia del aire durante la caída. ¿Qué enunciado sobre estas piedras es verdadero? (Puede haber más de una opción correcta.) *a)* Ambas tienen la misma energía potencial gravitacional inicial. *b)* Ambas tienen la misma energía cinética cuando llegan al suelo. *c)* Ambas llegan al suelo con la misma rapidez. *d)* Cuando llegan al suelo, la piedra más pesada tiene el doble de energía cinética que la más ligera. *e)* Cuando llegan al suelo, la piedra más pesada tiene cuatro veces la energía cinética que la más ligera.

P7.11. En un estanque congelado sin fricción, un disco de hockey se oprime contra un resorte ideal fijo (sin estar unido a él), comprimiendo

el resorte una distancia x_0 . La energía máxima almacenada en el resorte es U_0 , la rapidez máxima que el disco gana después de que se libera es v_0 y la energía cinética máxima es K_0 . Ahora el disco se oprime de manera que comprime el resorte el doble que antes. En este caso, a) ¿cuál es la energía potencial máxima almacenada en el resorte (en términos de U_0)? y b) ¿cuáles son la energía cinética máxima y la rapidez (en términos de K_0 y de x_0) del disco?

P7.12. Cuando la gente siente frío, a menudo frota sus manos una contra la otra para calentarlas. ¿Cómo se produce calor al hacer esto? ¿De donde proviene el calor?

P7.13. A menudo se escucha decir que a final de cuentas la mayoría de la energía proviene del Sol. Rastree cada una de las siguientes energías al Sol. a) La energía cinética de un avión a reacción; b) la energía potencial ganada por un alpinista; c) la energía eléctrica usada para hacer funcionar una computadora; d) La energía eléctrica de una planta hidroeléctrica.

P7.14. Una caja se desliza hacia abajo por una rampa, en tanto que las fuerzas de gravedad y de fricción realizan trabajo sobre ella. ¿El trabajo realizado por cada una de estas fuerzas puede expresarse en términos del cambio en una función de energía potencial? Para cada fuerza explique el porqué.

P7.15. En términos físicos, explique por qué la fricción es una fuerza no conservativa. ¿Puede almacenar energía para uso futuro?

P7.16. Un resorte atado en su posición comprimida se disuelve en ácido. ¿Qué pasa con su energía potencial?

P7.17. Dado que sólo los cambios en la energía potencial son importantes en cualquier problema, un estudiante decide tomar la energía potencial elástica de un resorte como cero, cuando el resorte está estirado una distancia x_1 . Entonces, el estudiante decide que $U = \frac{1}{2}k(x - x_1)^2$. ¿Esto es correcto? Explique su respuesta.

P7.18. La figura 7.22a muestra la función de energía potencial para la fuerza $F_x = -kx$. Dibuje esa función para la fuerza $F_x = +kx$. Para esta fuerza, ¿ $x = 0$ es un punto de equilibrio? ¿Es equilibrio estable o inestable? Explique su respuesta.

P7.19. La figura 7.22b muestra la función de energía potencial asociada a la fuerza gravitacional entre un objeto y la Tierra. Use esta curva para explicar por qué los objetos siempre caen hacia la Tierra al soltarse.

P7.20. En un sistema de dos partículas, solemos considerar que la energía potencial para la fuerza entre las partículas se acerca a cero cuando la separación entre ellas se acerca a infinito. En tal caso, explique por qué la energía potencial con una separación no infinita es positiva si las partículas se repelen y negativa si se atraen.

P7.21. Explique por qué los puntos $x = A$ y $x = -A$ de la figura 7.23b se llaman *puntos de retorno*. ¿Qué relación hay entre los valores de E y U en un punto de retorno?

P7.22. Una partícula está en *equilibrio neutral* si la fuerza neta que actúa sobre ella es cero, y permanece cero si la partícula se desliza un poco en cualquier dirección. Dibuje la función de energía potencial cerca de un punto de equilibrio neutral, para el caso de movimiento unidimensional. Dé un ejemplo de un objeto en equilibrio neutral.

P7.23. La fuerza neta sobre una partícula de masa m tiene la función de energía potencial graficada en la figura 7.24a. Si la energía total es E_1 , dibuje la curva de la rapidez v de la partícula contra su posición x . ¿En qué valor de x es v máxima? Dibuje la curva si la energía total es E_2 .

P7.24. La función de energía potencial de una fuerza \vec{F} es $U = \alpha x^3$, donde α es una constante positiva. ¿Qué dirección tiene \vec{F} ?

Ejercicios

Sección 7.1 Energía potencial gravitacional

7.1. En un día una alpinista de 75 kg asciende desde el nivel de 1500 m de un risco vertical hasta la cima a 2400 m. El siguiente día, desciende

desde la cima hasta la base del risco, que está a una elevación de 1350 m. ¿Cuál es su cambio en energía potencial gravitacional a) durante el primer día y b) durante el segundo día?

7.2. Un saco de 5.00 kg de harina se levanta 15.0 m verticalmente con rapidez constante de 3.50 m/s. a) ¿Qué fuerza se requiere? b) ¿Cuánto trabajo realiza esa fuerza sobre el saco? ¿Qué pasa con dicho trabajo?

7.3. Un saco de correo de 120 kg cuelga de una cuerda vertical de 3.5 m de longitud. Un trabajador de correos desplaza el saco a una posición lateral a 2.0 m de su posición original, manteniendo la cuerda tensa en todo momento. a) ¿Qué fuerza horizontal se necesita para mantener el saco en la nueva posición? b) Cuando el saco se mueve a esta posición, ¿cuánto trabajo es efectuado i) por la cuerda y ii) por el trabajador?

7.4. Un nadador de 72 kg salta a la vieja piscina desde un trampolín que está a 3.25 m sobre el agua. Use la conservación de la energía para obtener su rapidez justo al momento de llegar al agua a) si él tan sólo se tapa la nariz y se deja caer, b) si se lanza valientemente directo hacia arriba (¡pero apenas más allá del trampolín!) a 2.50 m/s, y c) si se lanza hacia abajo a 2.50 m/s.

7.5. Se lanza una pelota de béisbol desde la azotea de un edificio de 22.0 m de altura con velocidad inicial de magnitud 12.0 m/s y dirigida con un ángulo de 53.1° sobre la horizontal. a) ¿Qué rapidez tiene la pelota justo antes de tocar el suelo? Use métodos de energía y desprecie la resistencia del aire. b) Repita pero con la velocidad inicial a 53.1° abajo de la horizontal. c) Si se incluye el efecto de la resistencia del aire, ¿en qué parte, a) o b), se obtiene una rapidez mayor?

7.6. Una caja de masa M parte del reposo en la cima de una rampa sin fricción inclinada con un ángulo α sobre la horizontal. Calcule su rapidez en la base de la rampa, una distancia d desde donde inició. Obtenga la respuesta de dos maneras: a) Tome el nivel donde la energía potencial es cero como la base de la rampa con la dirección +y hacia arriba. b) Tome el nivel cero para la energía potencial como la cima de la rampa con la dirección +y hacia arriba. c) ¿Por qué no se tomó en cuenta la fuerza normal en la solución?

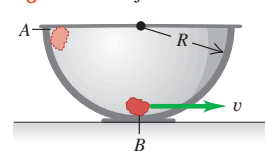
7.7. Resuelva el inciso b) del ejemplo 7.6 (sección 7.1) aplicando la ecuación (7.7) a los puntos 2 y 3, en vez de a los puntos 1 y 3 como se hizo en el ejemplo.

7.8. A una caja vacía se le da un empujón inicial y baja deslizándose por una rampa con rapidez inicial v_0 , llegando a la base con rapidez v y energía cinética K . Se colocan unos libros en la caja, de modo que se cuadruplica la masa total. El coeficiente de fricción cinética es constante y la resistencia del aire es insignificante. Con la misma v_0 en el tope de la rampa ¿qué rapidez y energía cinética tendría ahora la caja al llegar a la base? Explique su razonamiento.

7.9. Una piedra con masa de 0.20 kg se libera del reposo en el punto A, en el borde de un tazón hemisférico de radio $R = 0.50$ m (figura 7.25). Suponga que la piedra es pequeña en comparación con R , así que puede tratarse como partícula y suponga que la piedra se desliza en vez de rodar.

El trabajo efectuado por la fricción sobre la piedra al bajar del punto A al punto B en la base del tazón es de 0.22 J. a) Entre los puntos A y B, ¿cuánto trabajo es efectuado sobre la piedra por i) la fuerza normal y ii) la gravedad? b) ¿Qué rapidez tiene la piedra al llegar a B? c) De las tres fuerzas que actúan sobre la piedra cuando ésta se desliza hacia abajo por el tazón, ¿cuáles (si acaso) son constantes y cuáles no lo son? Explique su respuesta. d) Justo cuando la piedra llega al punto B, ¿cuál es la fuerza normal sobre ella hacia la base del tazón?

Figura 7.25 Ejercicio 7.9.



7.10. Una piedra de masa m se lanza hacia arriba a un ángulo θ sobre la horizontal y no experimenta resistencia del aire considerable. Use la conservación de la energía para demostrar que, en su punto más alto, la piedra está a una distancia $v_0^2 (\sin^2 \theta) / 2g$ sobre el punto donde se lanzó. (Sugerencia: $v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2$.)

7.11. Imagine que, en un parque de diversiones, usted está probando una nueva montaña rusa con un carrito vacío de 120 kg de masa. Una parte de la vía es un rizo vertical con radio de 12.0 m. En el fondo del rizo (punto A), el carrito tiene rapidez de 25.0 m/s; y en la parte superior (punto B), de 8.0 m/s. ¿Cuánto trabajo efectúa la fricción cuando el carrito rueda del punto A a B?

7.12. Tarzán y Jane. Tarzán, en un árbol, ve a Jane en otro árbol. Él toma el extremo de una liana de 20 m que forma un ángulo de 45° con la vertical, se deja caer de su rama y describe un arco hacia abajo para llegar a los brazos de Jane. En este punto, su liana forma un ángulo de 30° con la vertical. Calcule la rapidez de Tarzán justo antes de llegar a donde está Jane para determinar si la abrazará tiernamente o la tirará de la rama. Puede hacer caso omiso de la resistencia del aire y la masa de la liana.

7.13. Un horno de microondas de 10.0 kg se empuja para subirlo 8.00 m por la superficie de una rampa inclinada a 36.9° sobre la horizontal, aplicando una fuerza constante \vec{F} de magnitud 110 N, que actúa paralela a la rampa. El coeficiente de fricción cinética entre el horno y la rampa es de 0.250. a) ¿Qué trabajo realiza la fuerza \vec{F} sobre el horno? b) ¿Y la fuerza de fricción? c) Calcule el aumento en la energía potencial del horno. d) Use sus respuestas de los incisos a), b) y c) para calcular el aumento en la energía cinética del horno. e) Use $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ para calcular la aceleración del horno. Suponiendo que el horno parte del reposo, use la aceleración para calcular la rapidez del horno después de recorrer 8.00 m. Calcule con esto el aumento en la energía cinética del horno y compare su respuesta con la respuesta del inciso d).

7.14. Péndulo. Una piedrita de 0.12 kg está atada a un hilo sin masa de 0.80 m de longitud, formando un péndulo que oscila con un ángulo máximo de 45° con la vertical. La resistencia del aire es despreciable. a) ¿Qué rapidez tiene la piedra cuando el hilo pasa por la posición vertical? b) ¿Qué tensión hay en el hilo cuando forma un ángulo de 45° con la vertical? c) ¿Y cuando pasa por la vertical?

Sección 7.2 Energía potencial elástica

7.15. Una fuerza de 800 N estira cierto resorte una distancia de 0.200 m. a) ¿Qué energía potencial tiene el resorte cuando se estira 0.200 m? b) ¿Y cuando se le comprime 5.00 cm?

7.16. Un resorte ideal de masa despreciable tiene 12.00 cm de longitud cuando nada se une a él. Cuando usted cuelga un peso de 3.15 kg del resorte, mide que la longitud de éste es de 13.40 cm. Si usted quisiera almacenar 10.0 J de energía potencial en este resorte, ¿cuál sería su longitud total? Suponga que sigue obedeciendo la ley de Hooke.

7.17. Un resorte almacena energía potencial U_0 cuando se comprime una distancia x_0 desde su longitud sin comprimir. a) En términos de U_0 , ¿cuánta energía almacena el resorte sin comprimir i) el doble de la distancia y ii) la mitad de la distancia? b) En términos de x_0 , ¿cuánto debe comprimirse desde su longitud sin comprimir para almacenar i) el doble de energía y ii) la mitad de energía?

7.18. Una resortera dispara un guijarro de 10 g a una distancia de 22.0 m hacia arriba. a) ¿Cuánta energía potencial se almacenó en la banda de caucho de la resortera? b) Con la misma energía potencial almacenada en la banda, ¿a qué altura puede dispararse un guijarro de 25 g? c) ¿Qué efectos físicos despreció al resolver este problema?

7.19. Un resorte de masa despreciable tiene una constante de fuerza $k = 1600$ N/m. a) ¿Qué tanto debe comprimirse para almacenar en él 3.20 J de energía potencial? b) El resorte se coloca verticalmente con un extremo en el piso, y se deja caer sobre él un libro de 1.20 kg desde una altura de 0.80 m. Determine la distancia máxima que se comprimirá el resorte.

7.20. Un queso de 1.20 kg se coloca en un resorte vertical con masa despreciable y constante de fuerza $k = 1800$ N/m que está comprimido 15.0 cm. Cuando se suelta el resorte, ¿qué altura alcanza el queso sobre su posición original? (El queso y el resorte *no* están unidos.)

7.21. Considere el deslizador del ejemplo 7.7 (sección 7.2) y la figura 7.16. Igual que en el ejemplo, el deslizador se suelta del reposo con el resorte estirado 0.100 m. ¿Qué desplazamiento x tiene el deslizador con respecto a su posición de equilibrio cuando su rapidez es de 0.20 m/s? (Usted debería obtener más de una respuesta. Explique por qué.)

7.22. Considere el deslizador del ejemplo 7.8 (sección 7.2) y la figura 7.16. a) Igual que en el ejemplo, el deslizador se suelta del reposo con el resorte estirado 0.100 m. ¿Qué rapidez tiene el deslizador cuando regresa a $x = 0$? b) ¿Qué desplazamiento inicial debe tener el deslizador para que su rapidez máxima en el movimiento subsecuente sea de 2.50 m/s?

7.23. Una masa de 2.50 kg se empuja contra un resorte horizontal, cuya constante de fuerza es de 25.0 N/cm, sobre una mesa de aire sin fricción. El resorte está unido a la superficie de la mesa, en tanto que la masa no está unida al resorte de ninguna manera. Cuando el resorte se comprime lo suficiente como para almacenar 11.5 J de energía potencial en él, la masa se libera repentinamente del reposo. a) Encuentre la rapidez máxima que alcanza la masa. ¿Cuándo ocurre? b) ¿Cuál es la aceleración máxima de la masa, y cuando ocurre?

7.24. a) ¿Qué rapidez tiene el elevador del ejemplo 7.9 (sección 7.2) después de haber bajado 1.00 m desde el punto 1 de la figura 7.17? b) ¿Qué aceleración tiene el elevador cuando está 1.00 m abajo del punto 1 de la figura 7.17?

7.25. Imagine que le piden diseñar un resorte que confiera a un satélite de 1160 kg una rapidez de 2.50 m/s relativa a un transbordador espacial en órbita. El resorte debe imprimir al satélite una aceleración máxima de $5.00g$. La masa del resorte, la energía cinética de retroceso del transbordador y los cambios en la energía potencial gravitacional serán despreciables. a) ¿Qué constante de fuerza debe tener el resorte? b) ¿Qué distancia debe comprimirse el resorte?

Sección 7.3 Fuerzas conservativas y no conservativas

7.26. Un reparador de azoteas de 75 kg sube por una escalera vertical de 7.0 m al techo plano de una casa. Después, camina 12 m sobre el techo, descendiendo por otra escalera vertical de 7.0 m y, por último, camina por el suelo regresando a su punto de partida. ¿Cuánto trabajo hizo sobre él la gravedad a) cuando subió; b) cuando bajó; c) cuando caminó por el techo y por el suelo? d) ¿Cuál es el trabajo total efectuado por la gravedad sobre él durante todo el recorrido? e) Con base en su respuesta al inciso d), diría usted que la gravedad es una fuerza conservativa o no conservativa? Explique su respuesta.

7.27. Se tira de una caja de 10.0 kg usando un alambre horizontal en un círculo sobre una superficie horizontal áspera, cuyo coeficiente de fricción cinética es de 0.250. Calcule el trabajo efectuado por la fricción durante un recorrido circular completo, si el radio es a) de 2.00 m y b) de 4.00 m. c) Con base en los resultados que acaba de obtener, diría usted que la fricción es una fuerza conservativa o no conservativa? Explique su respuesta.

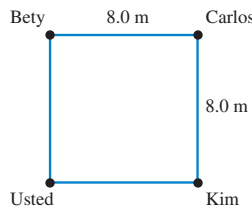
7.28. En un experimento, una de las fuerzas ejercidas sobre un protón es $\vec{F} = -\alpha x^2 \hat{i}$, donde $\alpha = 12$ N/m². a) ¿Cuánto trabajo efectúa \vec{F} cuando el protón se desplaza sobre la recta del punto (0.10 m, 0) al

punto (0.10 m, 0.40 m)? *b*) ¿Y sobre la recta del punto (0.10 m, 0) al punto (0.30 m, 0)? *c*) ¿Y sobre la recta del punto (0.30 m, 0) al punto (0.10 m, 0)? *d*) ¿ \vec{F} es una fuerza conservativa? Explique su respuesta. Si \vec{F} es conservativa, ¿cuál es su función de energía potencial? Sea $U = 0$ cuando $x = 0$.

7.29. Un libro de 0.60 kg se desliza sobre una mesa horizontal. La fuerza de fricción cinética que actúa sobre el libro tiene una magnitud de 1.2 N. *a*) ¿Cuánto trabajo realiza la fricción sobre el libro durante un desplazamiento de 3.0 m a la izquierda? *b*) Ahora el libro se desliza 3.0 m a la derecha, volviendo al punto inicial. Durante este segundo desplazamiento de 3.0 m, ¿qué trabajo efectúa la fricción sobre el libro? *c*) ¿Qué trabajo total efectúa la fricción sobre el libro durante el recorrido completo? *d*) Con base en su respuesta al inciso *c*), ¿diría que la fuerza de fricción es conservativa o no conservativa? Explique su respuesta.

7.30. Usted y tres amigos están parados en las esquinas de un cuadrado de 8.0 m de lado, en el piso de un gimnasio (figura 7.26). Toman su libro de física y lo empujan de una persona a otra. La masa del libro es de 1.5 kg y el coeficiente de fricción cinética entre el libro y el piso es $\mu_k = 0.25$. *a*) El libro se desliza de usted a Bety y luego de Bety a Carlos a lo largo de las líneas que conectan a estas personas. ¿Qué trabajo realiza la fricción durante este desplazamiento? *b*) Usted desliza el libro hacia Carlos a lo largo de la diagonal del cuadrado. ¿Qué trabajo realiza la fricción durante este desplazamiento? *c*) Usted desliza el libro a Kim, quien se lo devuelve. ¿Qué trabajo total realiza la fricción durante este movimiento del libro? *d*) ¿La fuerza de fricción sobre el libro es conservativa o no conservativa? Explique su respuesta.

Figura 7.26 Ejercicio 7.30.



7.31. Un bloque con masa m está unido a un resorte ideal con constante de fuerza k . *a*) El bloque se mueve de x_1 a x_2 (donde $x_2 > x_1$). ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza del resorte durante este desplazamiento? *b*) El bloque se mueve de x_1 a x_2 y luego de x_2 a x_1 . ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza del resorte durante el desplazamiento de x_2 a x_1 ? ¿Cuál es el trabajo realizado por el resorte durante todo el desplazamiento $x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_1$? Explique su respuesta. *c*) El bloque se mueve de x_1 a x_3 (donde $x_3 > x_2$). ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza del resorte durante este desplazamiento? Después, el bloque se mueve de x_3 a x_2 . ¿Cuál es el trabajo realizado por el resorte durante este desplazamiento? ¿Cuál es el trabajo total realizado por el resorte durante el desplazamiento de $x_1 \rightarrow x_3 \rightarrow x_2$? Compare su respuesta con la respuesta del inciso *a*), donde los puntos inicial y final son los mismos pero la trayectoria es distinta.

Sección 7.4 Fuerza y energía potencial

7.32. La energía potencial de un par de átomos de hidrógeno separados una distancia grande x está dada por $U(x) = -C_6/x^6$, donde C_6 es una constante positiva. ¿Qué fuerza ejerce un átomo sobre otro? ¿Esta fuerza es de atracción o de repulsión?

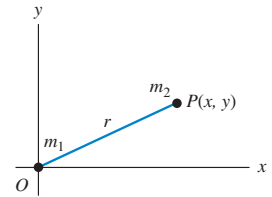
7.33. Una fuerza paralela al eje x actúa sobre una partícula que se mueve sobre el eje x . La fuerza produce una energía potencial $U(x)$ dada por $U(x) = \alpha x^4$, donde $\alpha = 1.20 \text{ J/m}^4$. ¿Qué magnitud y dirección tiene la fuerza cuando la partícula está en $x = -0.800 \text{ m}$?

7.34. Gravedad en una dimensión. Dos masas puntuales, m_1 y m_2 , yacen en el eje x , con m_1 fija en el origen y m_2 en una posición x y libre para moverse. La energía potencial gravitacional de estas

masas es $U(x) = -Gm_1m_2/x$, donde G es una constante (llamada constante gravitacional). Usted aprenderá más sobre la gravitación en el capítulo 12. Obtenga la componente x de la fuerza que actúa sobre m_2 debida a m_1 . ¿Esta fuerza es de atracción o de repulsión? ¿Cómo lo sabe?

7.35. Gravedad en dos dimensiones. Dos masas puntuales, m_1 y m_2 , yacen en el plano xy , con m_1 fija en el origen, y m_2 con libre movimiento y a una distancia r en un punto P , cuyas coordenadas son x y y (figura 7.27). La energía potencial gravitacional de estas masas es $U(r) = -Gm_1m_2/r$, donde G es la constante gravitacional. Demuestre que las componentes de la fuerza sobre m_2 debida a m_1 son

Figura 7.27 Ejercicio 7.35.



$$F_x = -\frac{Gm_1m_2x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad \text{y} \quad F_y = -\frac{Gm_1m_2y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

(Sugerencia: primero escriba r en términos de x y y .) *b*) Demuestre que la magnitud de la fuerza sobre m_2 es $F = Gm_1m_2/r^2$. *c*) ¿ m_1 atrae o repele a m_2 ? ¿Cómo lo sabe?

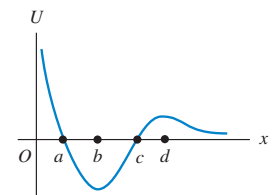
7.36. Sobre un objeto que se mueve en el plano xy actúa una fuerza conservativa descrita por la función de energía potencial $U(x, y) = \alpha(1/x^2 + 1/y^2)$, donde α es una constante positiva. Deduzca una expresión para la fuerza expresada en términos de los vectores unitarios \hat{i} y \hat{j} .

Sección 7.5 Diagramas de energía

7.37. La energía potencial de dos átomos en una molécula diatómica se aproxima con $U(r) = a/r^{12} - b/r^6$, donde r es la distancia entre los átomos y a y b son constantes positivas. *a*) Determine la fuerza $F(r)$ que actúa sobre un átomo en función de r . Haga dos gráficas, una de $U(r)$ contra r y otra de $F(r)$ contra r . *b*) Encuentre la distancia de equilibrio entre los dos átomos. ¿Es estable el equilibrio? *c*) Suponga que los átomos están a la distancia de equilibrio obtenida en el inciso *b*). ¿Qué energía mínima debe agregarse a la molécula para disociarla, es decir, para separar los dos átomos una distancia infinita? Ésta es la energía de disociación de la molécula. *d*) Para la molécula CO, la distancia de equilibrio entre los átomos de carbono y oxígeno es de $1.13 \times 10^{-10} \text{ m}$ y la energía de disociación es de $1.54 \times 10^{-18} \text{ J}$ por molécula. Calcule los valores de las constantes a y b .

7.38. Una canica se mueve sobre el eje x . La función de energía potencial se muestra en la figura 7.28.

Figura 7.28 Ejercicio 7.38.



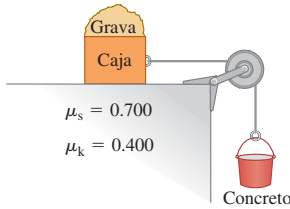
a) ¿En cuál de las coordenadas x marcadas es cero la fuerza sobre la canica? *b*) ¿Cuál de esas coordenadas es una posición de equilibrio estable? *c*) ¿Y de equilibrio inestable?

Problemas

7.39. En una obra en construcción, una cubeta de 65.0 kg de concreto cuelga de un cable ligero (pero resistente), que pasa por una polea ligera sin fricción y está conectada una caja de 80.0 kg que está en un techo horizontal (figura 7.29). El cable tira horizontalmente de la caja y una bolsa de grava de 50.0 kg descansa sobre la parte superior de

la caja. Se indican los coeficientes de fricción entre la caja y el techo. *a)* Obtenga la fuerza de fricción sobre la bolsa de grava y sobre la caja. *b)* Repentinamente un trabajador quita la bolsa de grava. Utilice la conservación de la energía para calcular la rapidez de la cubeta luego de haya descendido 2.00 m partiendo del reposo. (Usted puede verificar su respuesta resolviendo este problema con las leyes de Newton.)

Figura 7.29 Problema 7.39.

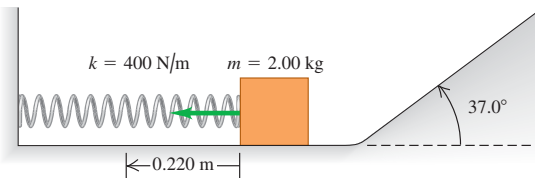


740. Dos bloques con diferente masa están unidos a cada uno de los extremos de una cuerda ligera, que pasa por una polea ligera sin fricción que está suspendida del techo. Los bloques se sueltan desde el reposo y el más pesado comienza a descender. Una vez que este bloque ha descendido 1.20 m, su rapidez es de 3.00 m/s. Si la masa total de los dos bloques es de 15.0 kg, ¿qué masa tiene cada bloque?

741. Física legal. En un accidente de tránsito, un automóvil golpeó a un peatón y luego el conductor pisó el freno para detener el auto. Durante el juicio subsecuente, el abogado del conductor alegó que éste había respetado el límite de rapidez de 35 mph que indicaban los letreros; pero que esa rapidez permitida era demasiado alta para que el conductor pudiera ver y reaccionar a tiempo ante el peatón. Imagine que el fiscal le llama como testigo experto. Su investigación del accidente produce las mediciones siguientes: las marcas de derrape producidas durante el tiempo en que los frenos estaban aplicados tenían una longitud de 280 ft, y el dibujo de los neumáticos produjo un coeficiente de fricción cinética de 0.30 con el pavimento. *a)* En su testimonio en el juzgado, ¿dirá que el conductor conducía respetando el límite de rapidez? Usted deberá ser capaz de respaldar su conclusión con un razonamiento claro, porque es seguro que uno de los abogados lo someterá a un interrogatorio. *b)* Si la multa por exceso de rapidez fuera de \$10 por cada mph más allá del límite de rapidez permitido, ¿el conductor tendría que pagar multa y, en tal caso, de cuánto sería?

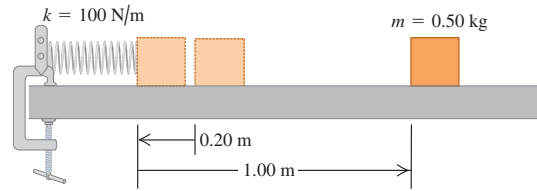
742. Un bloque de 2.00 kg se empuja contra un resorte con masa despreciable y constante de fuerza $k = 400 \text{ N/m}$, comprimiéndolo 0.220 m. Al soltarse el bloque, se mueve por una superficie sin fricción que primero es horizontal y luego sube a 37.0° (figura 7.30). *a)* ¿Qué rapidez tiene el bloque al deslizarse sobre la superficie horizontal después de separarse del resorte? *b)* ¿Qué altura alcanza el bloque antes de pararse y regresar?

Figura 7.30 Problema 7.42.



743. Un bloque con masa de 0.50 kg se empuja contra un resorte horizontal de masa despreciable, comprimiéndolo 0.20 m (figura 7.31). Al soltarse, el bloque se mueve 1.00 m sobre una mesa horizontal antes de detenerse. La constante del resorte es $k = 100 \text{ N/m}$. Calcule el coeficiente de fricción cinética μ_k entre el bloque y la mesa.

Figura 7.31 Problema 7.43.

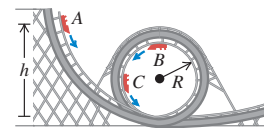


744. En una superficie horizontal, una caja con masa de 50.0 kg se coloca contra un resorte que almacena 360 J de energía. El resorte se suelta y la caja se desliza 5.60 m antes de detenerse. ¿Qué rapidez tiene la caja cuando está a 2.00 m de su posición inicial?

745. Rebote de pelota. Una pelota de caucho de 650 gramos se deja caer desde una altura de 2.50 m y en cada rebote alcanza el 75% de la altura que alcanzó en el rebote anterior. *a)* Calcule la energía mecánica inicial de la pelota, inmediatamente después de soltarse desde la altura original. *b)* ¿Cuánta energía mecánica pierde la pelota en su primer rebote? ¿Qué sucede con esa energía? *c)* ¿Cuánta energía mecánica se pierde durante el segundo rebote?

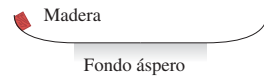
746. Rizo vertical. Un carrito de un juego de un parque de diversiones rueda sin fricción por la vía de la figura 7.32, partiendo del reposo en A a una altura h sobre la base del rizo. Trate el carrito como partícula. *a)* ¿Qué valor mínimo debe tener h (en términos de R) para que el carrito se desplace por el rizo sin caer en la parte superior (el punto B)? *b)* Si $h = 3.50R$ y $R = 20.0 \text{ m}$, calcule la rapidez, aceleración radial y aceleración tangencial de los pasajeros cuando el carrito está en el punto C, en el extremo de un diámetro horizontal. Haga un diagrama a escala aproximada de las componentes de la aceleración.

Figura 7.32 Problema 7.46.



747. Un trozo de madera de 2.0 kg resbala por la superficie que se muestra en la figura 7.33. Los lados curvos son perfectamente lisos; pero el fondo horizontal tiene una longitud de 30 m y es áspero, con coeficiente de fricción cinética de 0.20 con la madera. El trozo de madera parte del reposo 4.0 m arriba del fondo áspero. *a)* ¿Dónde se detendrá finalmente este objeto? *b)* Para el movimiento desde que se suelta la madera hasta que se detiene, ¿cuál es el trabajo total que realiza la fricción?

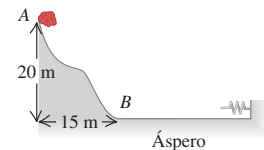
Figura 7.33 Problema 7.47.



748. Subir y bajar la loma. Una roca de 28 kg se acerca al pie de una loma con rapidez de 15 m/s. La ladera de la loma tiene un ángulo constante de 40.0° sobre la horizontal. Los coeficientes de fricción estática y cinética entre la loma y la roca son 0.75 y 0.20, respectivamente. *a)* Use la conservación de la energía para obtener la altura máxima por arriba del pie de la loma a la que subirá la roca. *b)* ¿La roca permanecerá en reposo en ese punto más alto o se deslizará cuesta abajo? *c)* Si la roca resbala hacia abajo, calcule su rapidez cuando vuelva al pie de la loma.

749. Una piedra de 15.0 kg baja deslizándose una colina nevada (figura 7.34), partiendo del punto A con una rapidez de 10.0 m/s. No hay fricción en la colina entre los puntos A y B, pero sí en el terreno plano en la base, entre B y la pared. Después de entrar en la región áspera

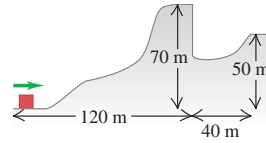
Figura 7.34 Problema 7.49.



pera, la piedra recorre 100 m y choca con un resorte muy largo y ligero, cuya constante de fuerza es de 2.00 N/m. Los coeficientes de fricción cinética y estática entre la piedra y el suelo horizontal son de 0.20 y 0.80, respectivamente. *a)* ¿Qué rapidez tiene la piedra al llegar al punto *B*? *b)* ¿Qué distancia comprimirá la piedra al resorte? *c)* ¿La piedra se moverá otra vez después de haber sido detenida por el resorte?

7.50. Un bloque de 2.8 kg que se desliza remonta la colina lisa, cubierta de hielo, de la figura 7.35. La cima de la colina es horizontal y está 70 m más arriba que su base. ¿Qué rapidez mínima debe tener el bloque en la base de la colina para no quedar atrapada en el foso al otro lado de la colina?

Figura 7.35 Problema 7.50.



7.51. Salto con bungee. La cuerda del bungee tiene 30.0 m de longitud y, estirada una distancia x , ejerce una fuerza restauradora de magnitud kx . Imagine que su suegro, cuya masa es de 95.0 kg, está parado en una plataforma 45.0 m sobre el suelo, con un extremo del bungee atado firmemente a su tobillo (y el otro extremo atado a la plataforma). Usted le ha prometido que, cuando se deje caer de la plataforma, caerá una distancia máxima de sólo 41.0 m antes de que el bungee lo detenga. Usted tenía varias cuerdas de bungee para elegir y las probó atándolas a un árbol y estirándolas tirando del otro extremo con una fuerza de 380.0 N. Durante esas pruebas, ¿qué distancia se estiró el bungee que debe elegir?

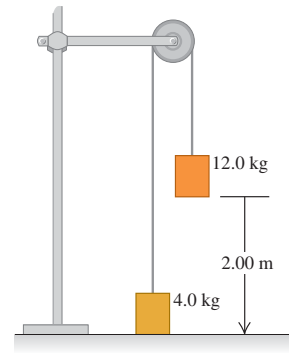
7.52. Rampa de salto en esquí. Imagine que está diseñando una rampa de salto en esquí para los siguientes Juegos Olímpicos Invernales. Necesita calcular la altura vertical h desde la puerta de salida hasta la base de la rampa. Los esquiadores se empujan con vigor en la salida de modo que, por lo regular, tienen una rapidez de 2.0 m/s al llegar a la puerta de salida. Por cuestiones de seguridad, los esquiadores no deben tener una rapidez mayor que 30.0 m/s al llegar a la base de la rampa. Usted determina que, para un esquiador de 85.0 kg bien entrenado, la fricción y la resistencia del aire efectuarán en total 4000 J de trabajo sobre él durante su descenso. Determine la altura máxima h con la que no se excederá la máxima rapidez segura.

7.53. El Gran Sandini es un cirquero de 60 kg que es disparado por un cañón de resorte. No son comunes los hombres de su calibre, así que usted le ayudará a diseñar un nuevo cañón, el cual tendrá un resorte muy grande de masa muy pequeña y constante de fuerza de 1100 N/m. El resorte se comprimirá con una fuerza de 4400 N. El interior del cañón está recubierto con teflón, por lo que la fuerza de fricción media es de sólo 40 N durante los 4.0 m que el cirquero se mueve dentro de él. ¿Con qué rapidez sale el cirquero del extremo del cañón, 2.5 m arriba de su posición inicial en reposo?

7.54. Imagine que está diseñando una rampa de entrega para cajas que contienen equipo para gimnasio. Las cajas de 1470 N tendrán una rapidez de 1.8 m/s en la parte más alta de una rampa inclinada 22.0° hacia abajo. La rampa ejerce una fuerza de fricción cinética de 550 N sobre cada caja, y la fricción estática máxima también tiene este valor. Cada caja comprimirá un resorte en la base de la rampa y se detendrá después de recorrer una distancia total de 8.0 m sobre la rampa. Una vez detenidas, las cajas no deben rebotar en el resorte. Calcule la constante de fuerza que debe tener el resorte para satisfacer los criterios de diseño.

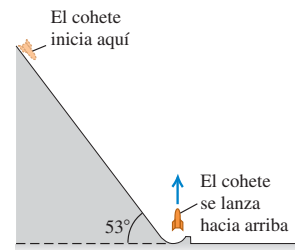
7.55. Un sistema que consta de dos cubetas de pintura conectadas por una cuerda ligera se suelta del reposo con la cubeta de pintura de 12.0 kg a 2.00 m sobre el piso (figura 7.36). Use el principio de conservación de la energía para calcular la rapidez con que esta cubeta golpea el piso. Puede ignorar la fricción y la masa de la polea.

Figura 7.36 Problema 7.55.



7.56. Un cohete de 1500 kg se lanza con una rapidez inicial ascendente de 50.0 m/s. Para ayudar a los motores, los ingenieros lo lanzarán desde el reposo sobre una rampa que se eleva 53° por arriba de la horizontal (figura 7.37). En la base, la rampa da vuelta hacia arriba y lanza el cohete verticalmente. Los motores proporcionan un empuje hacia delante constante de 2000 N, y la fricción con la superficie de la rampa es una constante de 500 N. ¿Qué tan lejos de la base de la rampa deberá empezar el cohete, medido a lo largo de la superficie de la rampa?

Figura 7.37 Problema 7.56.



7.57. Una pieza de maquinaria de masa m se une a un resorte ideal horizontal con constante de fuerza k que está unido al borde de una superficie horizontal sin fricción. La pieza se empuja contra el resorte, comprimiéndolo una distancia x_0 , y luego se libera desde el reposo. Encuentre *a)* la rapidez y *b)* la aceleración máximas de la pieza de maquinaria. *c)* ¿En qué parte del movimiento ocurren los máximos de los incisos *a)* y *b)*? *d)* ¿Cuál sería la extensión máxima del resorte? *e)* Describa el movimiento subsecuente de esta pieza de maquinaria. ¿Alguna vez se detendrá permanentemente?

7.58. Una tira de madera con masa despreciable y longitud de 80.0 cm gira sobre un eje horizontal que pasa por su centro. Una rata blanca con masa de 0.500 kg se aferra a un extremo y un ratón con masa de 0.200 kg se aferra al otro de la tira, la cual está horizontal cuando el sistema se libera del reposo. Si los animales logran permanecer asidos, ¿qué rapidez tiene cada uno cuando la tira pasa por la vertical?

7.59. Una papa de 0.100 kg está atada a un hilo de 2.50 m, cuyo otro extremo está atado a un soporte rígido. La papa se sostiene con el hilo tensado horizontalmente y se suelta. *a)* ¿Qué rapidez tiene la papa en el punto más bajo de su movimiento? *b)* ¿Qué tensión hay en el hilo en ese punto?

7.60. Los siguientes datos son de una simulación por computadora de una pelota de béisbol de 0.145 kg al ser bateada, considerando la resistencia del aire:

t	x	y	v_x	v_y
0	0	0	30.0 m/s	40.0 m/s
3.05 s	70.2 m	53.6 m	18.6 m/s	0
6.59 s	124.4 m	0	11.9 m/s	-28.7 m/s

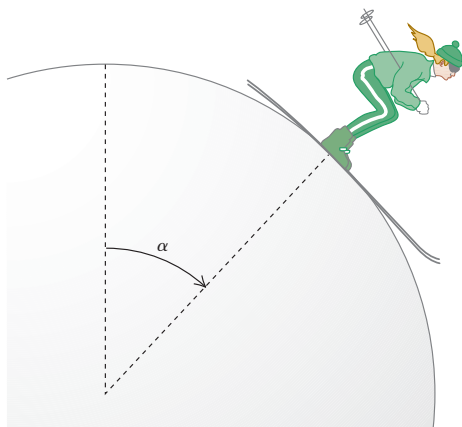
a) ¿Cuánto trabajo realizó el aire sobre la pelota al viajar ésta de su posición inicial a su máxima altura? b) ¿Y al bajar de la altura máxima a la altura inicial? c) Explique por qué la magnitud del trabajo calculado en el inciso b) es menor que la del calculado en el inciso a).

7.61. Bajar el poste. Un bombero de masa m parte del reposo y baja una distancia d deslizándose por un poste. Al final, él se mueve con tanta rapidez como si se hubiera dejado caer desde una plataforma de altura $h \leq d$ con resistencia del aire despreciable. a) ¿Qué fuerza de fricción media ejerció el bombero sobre el poste? ¿Es lógica su respuesta en los casos especiales de $h = d$ y $h = 0$? b) Calcule la fuerza de fricción promedio que ejerce un bombero de 75.0 kg si $d = 2.5$ m y $h = 1.0$ m. c) En términos de g , h y d , ¿qué rapidez tiene el bombero cuando está una distancia y arriba de la base del poste?

7.62. Una esquiadora de 60.0 kg parte del reposo en la cima de una ladera de 65.0 m de altura. a) Si las fuerzas de fricción efectúan -10.5 kJ de trabajo sobre ella al descender, ¿qué rapidez tiene al pie de la ladera? b) Ahora la esquiadora se mueve horizontalmente y cruza un terreno de nieve revuelta, donde $\mu_k = 0.20$. Si el terreno tiene 82.0 m de anchura y la fuerza promedio de la resistencia del aire que actúa sobre la esquiadora es de 160 N, ¿qué rapidez tiene ella después de cruzar esa zona? c) Ahora la esquiadora choca contra un montón de nieve, penetrando 2.5 m antes de parar. ¿Qué fuerza promedio ejerce la nieve sobre ella al detenerla?

7.63. Una esquiadora parte del tope de una enorme bola de nieve sin fricción, con rapidez inicial muy pequeña, y baja esquiando por el costado (figura 7.38). ¿En qué punto pierde ella contacto con la bola de nieve y sigue una trayectoria tangencial? Es decir, en el instante en que ella pierde contacto con la nieve, ¿qué ángulo α forma con la vertical una línea radial que va del centro de la bola a la esquiadora?

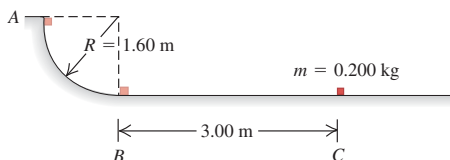
Figura 7.38 Problema 7.63.



7.64. Una roca está atada a un cordón cuyo otro extremo está fijo. Se imparte a la roca una velocidad tangencial inicial que la hace girar en un círculo vertical. Demuestre que la tensión en el cordón en el punto más bajo es mayor que la tensión en el punto más alto por un factor de 6 veces el peso de la roca.

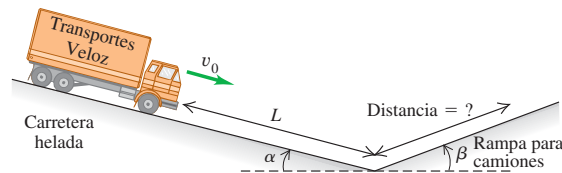
7.65. En un puesto de carga de camiones de una oficina de correos, un paquete pequeño de 0.200 kg se suelta del reposo en el punto A de una vía que forma un cuarto de círculo con radio de 1.60 m (figura 7.39). El paquete es tan pequeño relativo a dicho radio que puede tratarse como partícula. El paquete se desliza por la vía y llega al punto B con rapidez de 4.80 m/s. A partir de aquí, el paquete se desliza 3.00 m sobre una superficie horizontal hasta el punto C, donde se detiene. a) ¿Qué coeficiente de fricción cinética tiene la superficie horizontal? b) ¿Cuánto trabajo realiza la fricción sobre el paquete al deslizarse éste por el arco circular entre A y B?

Figura 7.39 Problema 7.65.



7.66. Los frenos de un camión de masa m fallan al bajar por una carretera helada con un ángulo de inclinación α constante hacia abajo. (figura 7.40). Inicialmente, el camión baja con rapidez v_0 . Después de bajar una distancia L con fricción despreciable, el conductor guía el camión desbocado hacia una rampa de seguridad con ángulo β constante hacia arriba. La rampa tiene una superficie arenosa blanda donde el coeficiente de fricción por rodamiento es μ_r . ¿Qué distancia sube el camión por la rampa antes de detenerse? Use métodos de energía.

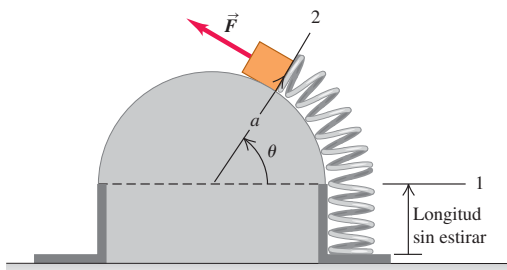
Figura 7.40 Problema 7.66.



7.67. Cierto resorte *no* obedece la ley de Hooke; ejerce una fuerza de restauración $F_x(x) = -\alpha x - \beta x^2$ si se estira o comprime, donde $\alpha = 60.0$ N/m y $\beta = 18.0$ N/m². Se desprecia la masa del resorte. a) Calcule la función de energía potencial $U(x)$ del resorte. Sea $U = 0$ cuando $x = 0$. b) Un objeto con masa de 0.900 kg en una superficie horizontal sin fricción se une a este resorte, se tira de él hasta desplazarlo 1.00 m a la derecha (dirección $+x$) para estirar el resorte, y se suelta. ¿Qué rapidez tiene el objeto cuando está 0.50 m a la derecha de la posición de equilibrio $x = 0$?

7.68. Una fuerza variable \vec{F} se mantiene tangente a una superficie semicircular sin fricción (figura 7.41). Se varía lentamente la fuerza para

Figura 7.41 Problema 7.68.

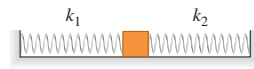


mover un bloque de peso w , estirando de la posición 1 a la 2 un resorte que está unido al bloque. El resorte tiene masa despreciable y constante de fuerza k . El extremo del resorte describe un arco de radio a . Calcule el trabajo realizado por \vec{F} .

7.69. Un bloque de hielo de 0.150 kg se coloca contra un resorte horizontal comprimido montado en una mesa horizontal que está a 1.20 m sobre el piso. El resorte tiene una constante de fuerza de 1900 N/m y masa despreciable, y está comprimido inicialmente 0.045 m. El resorte se suelta y el bloque se desliza sobre la mesa, cae por el borde y se sigue deslizando por el piso. Si la fricción entre el hielo y la mesa es despreciable, ¿qué rapidez tiene el bloque al llegar al piso?

7.70. Un bloque de 3.00 kg está unido a dos resortes ideales horizontales, cuyas constantes de fuerza son $k_1 = 25.0$ N/cm y $k_2 = 20.0$ N/cm (figura 7.42). El sistema está inicialmente en equilibrio sobre una superficie horizontal sin fricción. Ahora el bloque se empuja 15.0 cm a la derecha y se suelta del reposo. *a)* ¿Cuál es la rapidez máxima del bloque? ¿En qué parte del movimiento ocurre la rapidez máxima? *b)* ¿Cuál es la compresión máxima del resorte 1?

Figura 7.42 Problema 7.70.



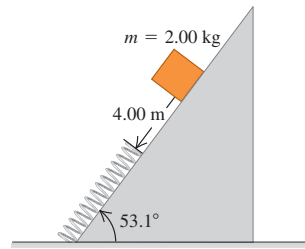
7.71. Un aparato experimental de masa m se coloca sobre un resorte vertical de masa despreciable y se empuja hasta comprimirlo una distancia x . El aparato se suelta y alcanza su altura máxima a una distancia h sobre el punto donde se soltó. El aparato no está unido al resorte, y ya no está en contacto con éste al alcanzar la altura h . La magnitud de aceleración que el aparato resiste sin dañarse es a , donde $a > g$. *a)* ¿Qué constante de fuerza debe tener el resorte? *b)* ¿Qué distancia x debe comprimirse el resorte inicialmente?

7.72. Si un pez se sujeta a un resorte vertical y se baja suavemente a su posición de equilibrio, estira el resorte una distancia d . Si el mismo pez se sujeta al resorte no estirado y se deja caer desde el reposo, ¿cuánto llega a estirar el resorte? (*Sugerencia:* calcule la constante de fuerza del resorte en términos de d y la masa m del pez.)

7.73. Un bloque de madera con masa de 1.50 kg se coloca contra un resorte comprimido en la base de una pendiente de 30.0° (punto A). Al soltarse el resorte, el bloque sube por la pendiente. En el punto B, 6.00 m pendiente arriba de A, el bloque tiene una rapidez de 7.00 m/s dirigida pendiente arriba y ya no está en contacto con el resorte. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la pendiente es $\mu_k = 0.50$. La masa del resorte es despreciable. Calcule la energía potencial almacenada inicialmente en el resorte.

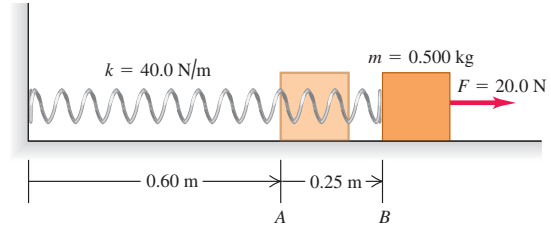
7.74. Un paquete de 2.00 kg se suelta en una pendiente de 53.1° , a 4.00 m de un resorte largo, cuya constante de fuerza es de 120 N/m y está sujeto a la base de la pendiente (figura 7.43). Los coeficientes de fricción entre el paquete y la pendiente son $\mu_s = 0.40$ y $\mu_k = 0.20$. La masa del resorte es despreciable. *a)* ¿Qué rapidez tiene el paquete justo antes de llegar al resorte? *b)* ¿Cuál es la compresión máxima del resorte? *c)* Al rebotar el paquete hacia arriba, ¿qué tanto se acerca a su posición inicial?

Figura 7.43 Problema 7.74.



7.75. Un bloque de 0.500 kg unido a un resorte de 0.60 m con constante de fuerza $k = 40.0$ N/m está en reposo con su cara trasera en el punto A de una mesa horizontal sin fricción (figura 7.44). La masa del resorte es despreciable. Se tira del bloque a la derecha de la superficie con una fuerza horizontal constante de 20.0 N. *a)* ¿Qué rapidez tiene el bloque cuando su cara trasera llega al punto B, que está 0.25 m a la derecha de A? *b)* En ese punto, se suelta el bloque. En el movimiento subsecuente, ¿qué tanto se acerca el bloque a la pared a la que está sujeto el extremo izquierdo del resorte?

Figura 7.44 Problema 7.75.



7.76. Física estudiantil. Los miembros del club universitario Iota Eta Pi construyen una plataforma apoyada en 4 resortes verticales en las esquinas, en el sótano del club. Usando un casco protector un miembro valiente se para en medio de la plataforma; su peso comprime los resortes 0.18 m. Otros cuatro estudiantes, empujando hacia abajo las esquinas de la plataforma, comprimen los resortes 0.53 m más, hasta que la parte superior del casco del valiente queda 0.90 m abajo del techo del sótano, y simultáneamente sueltan la plataforma. Ignore las masas de los resortes y la plataforma. *a)* Calcule la rapidez del valiente justo antes de que su casco choque contra el frágil techo. *b)* Si no hubiera techo, ¿qué altura habría alcanzado el estudiante? *c)* El decano de estudiantes, después de castigar a los implicados, les sugiere que la próxima vez lo intenten en exteriores y en otro planeta. ¿Cambiaría su respuesta al inciso *b)* si la travesura se hubiera efectuado en otro planeta con un valor de g distinto? Suponga que los estudiantes empujan la plataforma 0.53 m hacia abajo igual que antes. Explique su razonamiento.

7.77. Una fuerza conservativa actúa sobre una partícula de masa m que se mueve en una trayectoria dada por $x = x_0 \cos \omega_0 t$ y $y = y_0 \sin \omega_0 t$, donde x_0 , y_0 y ω_0 son constantes. *a)* Determine las componentes de la fuerza que actúa sobre la partícula. *b)* Determine la energía potencial de la partícula en función de x y y . Tome $U = 0$ cuando $x = 0$ y $y = 0$. *c)* Calcule la energía total de la partícula cuando: i) $x = x_0$, $y = 0$; ii) $x = 0$, $y = y_0$.

7.78. Al quemarse, un galón de gasolina produce 1.3×10^8 J de energía. Un automóvil de 1500 kg acelera desde el reposo hasta 37 m/s en 10 s. Su motor tiene una eficiencia de sólo el 15% (lo cual es común), lo cual significa que sólo el 15% de la energía obtenida de la combustión de la gasolina se usa para acelerar el vehículo. El resto se convierte en energía cinética interna de las piezas del motor, y se invierte en calentar los gases de escape y el motor. *a)* ¿Cuántos galones de gasolina gasta este automóvil durante la aceleración? *b)* ¿Cuántas de esas aceleraciones se requerirán para quemar un galón de gasolina?

7.79. Una presa hidroeléctrica tiene tras de sí un lago con área superficial de 3.0×10^6 m² y costados verticales abajo del nivel del agua, el cual está 150 m arriba de la base de la presa. Cuando el agua pasa por turbinas en la base de la presa, su energía mecánica se convierte en

energía eléctrica con eficiencia del 90%. a) Si la energía potencial gravitacional se toma como cero en la base de la presa, ¿cuánta energía hay almacenada en el metro superior del agua del lago? La densidad del agua es de 1000 kg/m^3 . b) ¿Qué volumen de agua deberá pasar por la presa para producir 1000 kilowatts-hora de energía eléctrica? ¿Qué distancia baja el nivel de agua del lago cuando esa cantidad de agua pasa por la presa?

7.80. ¿Cuánta energía total está almacenada en el lago del problema 7.79? Igual que en ese problema, sea cero la energía potencial gravitacional en la base de la presa. Exprese su respuesta en joules y en kilowatts-hora. (Sugerencia: divida el lago en capas horizontales infinitesimales con espesor dy e integre para obtener la energía potencial total.)

7.81. Gravedad en tres dimensiones. Una masa puntual m_1 se fija en el origen, y otra masa puntual m_2 tiene libertad para moverse una distancia r en un punto P con coordenadas x , y y z . La energía potencial gravitacional de estas masas es $U(r) = -Gm_1m_2/r$, donde G es la constante gravitacional (véanse los ejercicios 7.34 y 7.35). a) Demuestre que las componentes de la fuerza sobre m_2 debida a m_1 son

$$F_x = -\frac{Gm_1m_2x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad F_y = -\frac{Gm_1m_2y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$F_z = -\frac{Gm_1m_2z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

(Sugerencia: escriba primero r en términos de x , y y z .) b) Demuestre que la magnitud de la fuerza sobre m_2 es $F = Gm_1m_2/r^2$. c) ¿ m_1 atrae o repele a m_2 ? ¿Cómo lo sabe?

7.82. a) ¿La fuerza $\vec{F} = Cy^2\hat{j}$, donde C es una constante negativa dada en N/m^2 , es conservativa o no conservativa? Justifique su respuesta. b) ¿La fuerza $\vec{F} = Cy^2\hat{i}$, donde C es una constante negativa dada en N/m^2 , es conservativa o no conservativa? Justifique su respuesta.

7.83. Varias fuerzas actúan sobre una cortadora controlada por microprocesador. Una es $\vec{F} = -\alpha xy^2\hat{j}$, que tiene la dirección $-y$ y cuya magnitud depende de la posición de la cortadora. La constante es $\alpha = 2.50 \text{ N/m}^3$. Considere el desplazamiento de la cortadora desde el origen hasta el punto $x = 3.00 \text{ m}$, $y = 3.00 \text{ m}$. a) Calcule el trabajo efectuado sobre la cortadora por \vec{F} si el desplazamiento sigue la recta $y = x$ que conecta los dos puntos. b) Calcule el trabajo efectuado sobre la cortadora por \vec{F} suponiendo ahora que ésta primero se mueve sobre el eje x hasta $x = 3.00 \text{ m}$, $y = 0$ y, luego, se mueve paralela al eje y hasta $x = 3.00 \text{ m}$, $y = 3.00 \text{ m}$. c) Compare el trabajo hecho por \vec{F} siguiendo las dos trayectorias. ¿ \vec{F} es conservativa o no conservativa? Explique su respuesta.

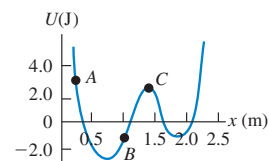
7.84. Varias fuerzas actúan sobre un objeto. Una es $\vec{F} = \alpha xy\hat{i}$, que tiene la dirección x y cuya magnitud depende de la posición del objeto. (Véase el problema 6.96.) La constante es $\alpha = 2.00 \text{ N/m}^2$. El objeto sigue esta trayectoria: 1) Parte del origen y se mueve por el eje y hasta el punto $x = 0$, $y = 1.50 \text{ m}$; 2) se mueve paralelo al eje x hasta el punto $x = 1.50 \text{ m}$, $y = 1.50 \text{ m}$; 3) se mueve paralelo al eje y hasta el

punto $x = 1.50 \text{ m}$, $y = 0$; 4) se mueve paralelo al eje x volviendo al origen. a) Dibuje la trayectoria en el plano xy . b) Calcule el trabajo realizado por \vec{F} sobre el objeto en cada tramo y en el viaje completo “de ida y vuelta”. c) ¿ \vec{F} es conservativa o no conservativa? Explique su respuesta.

7.85. Una fuerza de ley de Hooke $-kx$ y una fuerza conservativa constante F en la dirección $+x$ actúan sobre un ion atómico. a) Demuestre que una posible función de energía potencial para esta combinación de fuerzas es $U(x) = \frac{1}{2}kx^2 - Fx - F^2/2k$. ¿Es ésta la única función posible? Explique su respuesta. b) Encuentre la posición de equilibrio estable. c) Grafique $U(x)$ (en unidades de F^2/k) contra x (en unidades de F/k) para valores de x entre $-5F/k$ y $5F/k$. d) ¿Hay posiciones de equilibrio inestable? e) Si la energía total es $E = F^2/k$, ¿qué valores máximos y mínimos de x alcanza el ion en su movimiento? f) Si el ion tiene masa m , calcule su rapidez máxima si la energía total es $E = F^2/k$. ¿En qué valor de x es máxima la rapidez?

7.86. Una partícula se mueve en el eje x y sobre ella actúa una sola fuerza conservativa paralela al eje x . Tal fuerza corresponde a la función de energía potencial graficada en la figura 7.45. La partícula se suelta del reposo en el punto A. a) ¿Qué dirección tiene la fuerza sobre la partícula en A? b) ¿Y en B? c) ¿En qué valor de x es máxima la energía cinética de la partícula? d) ¿Qué fuerza actúa sobre la partícula en C? e) ¿Qué valor máximo de x alcanza la partícula durante su movimiento? f) ¿Qué valor o valores de x corresponden a puntos de equilibrio estable? g) ¿Y de equilibrio inestable?

Figura 7.45 Problema 7.86.



Problema de desafío

7.87. Un protón de masa m se mueve en una dimensión. La función de energía potencial es $U(x) = \alpha/x^2 - \beta/x$, donde α y β son constantes positivas. El protón se libera del reposo en $x_0 = \alpha/\beta$. a) Demuestre que $U(x)$ puede escribirse como

$$U(x) = \frac{\alpha}{x_0^2} \left[\left(\frac{x_0}{x} \right)^2 - \frac{x_0}{x} \right]$$

Grafique $U(x)$. Calcule $U(x_0)$, ubicando así el punto x_0 en la gráfica. b) Calcule $v(x)$, la rapidez del protón en función de la posición. Grafique $v(x)$ y describa el movimiento cualitativamente. c) ¿Para qué valor de x es máxima la rapidez del protón? ¿Cuál es el valor de esa rapidez máxima? d) ¿Qué fuerza actúa sobre el protón en ese punto? e) Si ahora el protón se libera en $x_1 = 3\alpha/\beta$, ubique x_1 en la gráfica de $U(x)$. Calcule $v(x)$ y describa cualitativamente el movimiento. f) En cada caso de protón liberado ($x = x_0$ y $x = x_1$), ¿qué valores máximos y mínimos de x se alcanzan durante el movimiento?