

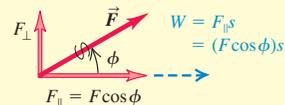
# CAPÍTULO 6 RESUMEN

**Trabajo efectuado por una fuerza:** Cuando una fuerza constante  $\vec{F}$  actúa sobre una partícula que sufre un desplazamiento rectilíneo  $\vec{s}$ , el trabajo realizado por la fuerza sobre la partícula se define como el producto escalar de  $\vec{F}$  y  $\vec{s}$ . La unidad de trabajo en el SI es 1 joule = 1 newton-metro (1 J = 1 N · m). El trabajo es una cantidad escalar, ya que puede ser positivo o negativo, pero no tiene dirección en el espacio. (Véanse los ejemplos 6.1 y 6.2.)

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \phi$$

$$\phi = \text{ángulo entre } \vec{F} \text{ y } \vec{s}$$

(6.2), (6.3)



**Energía cinética:** La energía cinética  $K$  de una partícula es igual a la cantidad de trabajo necesario para acelerarla desde el reposo hasta la rapidez  $v$ . También es igual al trabajo que la partícula puede efectuar en el proceso de detenerse. La energía cinética es una cantidad escalar sin dirección en el espacio; siempre es positiva o cero, y sus unidades son las mismas que las del trabajo: 1 J = 1 N · m = 1 kg · m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>.

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

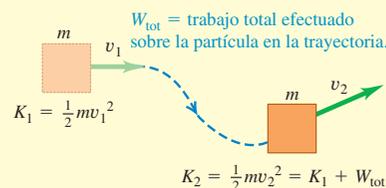
(6.5)



**El teorema trabajo-energía:** Cuando actúan fuerzas sobre una partícula mientras sufre un desplazamiento, la energía cinética de la partícula cambia en una cantidad igual al trabajo total realizado sobre ella por todas las fuerzas. Esta relación, llamada teorema trabajo-energía, es válida para fuerzas tanto constantes como variables, y para trayectorias tanto rectas como curvas de la partícula; sin embargo, sólo es aplicable a cuerpos que pueden tratarse como partículas. (Véanse los ejemplos 6.3 a 6.5.)

$$W_{\text{tot}} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

(6.6)



**Trabajo efectuado por una fuerza variable o en una trayectoria curva:** Si la fuerza varía durante un desplazamiento rectilíneo, el trabajo que realiza está dado por una integral [ecuación (6.7)]. (Véanse los ejemplos 6.6 y 6.7.) Si la partícula tiene una trayectoria curva, el trabajo efectuado por una fuerza  $\vec{F}$  está dado por una integral en la que interviene el ángulo  $\phi$  entre la fuerza y el desplazamiento. Esta expresión es válida aun cuando la magnitud de la fuerza y el ángulo  $\phi$  varían durante el desplazamiento. (Véanse los ejemplos 6.8 y 6.9.)

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx$$

$$W = \int_{P_1}^{P_2} F \cos \phi dl = \int_{P_1}^{P_2} F_1 dl$$

$$= \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

(6.7)



(6.14)

**Potencia:** La potencia es la rapidez con que se efectúa trabajo. La potencia media  $P_{\text{med}}$  es la cantidad de trabajo  $\Delta W$  realizada en un tiempo  $\Delta t$  dividida entre ese tiempo. La potencia instantánea es el límite de la potencia media cuando  $\Delta t$  se acerca a cero. Cuando una fuerza  $\vec{F}$  actúa sobre una partícula que se mueve con velocidad  $\vec{v}$ , la potencia instantánea (rapidez con que la fuerza efectúa trabajo) es el producto escalar de  $\vec{F}$  y  $\vec{v}$ . Al igual que el trabajo y la energía cinética, la potencia es una cantidad escalar. Su unidad en el SI es 1 watt = 1 joule/segundo (1 W = 1 J/s). (Véanse los ejemplos 6.10 y 6.11.)

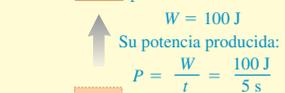
$$P_{\text{med}} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

(6.15)



$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

(6.16)



$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

(6.19)



## Términos clave

trabajo, 182  
joule, 182  
energía cinética, 187  
teorema trabajo-energía, 187

constante de fuerza, 193  
ley de Hooke, 193  
potencia, 199  
potencia media, 199

potencia instantánea, 199  
watt, 199

## Respuesta a la pregunta de inicio de capítulo ?

Es verdad que el proyectil efectúa trabajo sobre los gases. Sin embargo, dado que el proyectil ejerce una fuerza hacia atrás sobre los gases, mientras los gases y el proyectil se mueven hacia delante por el cañón, el trabajo efectuado por el proyectil es *negativo*. (Véase la sección 6.1.)

## Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

**6.1 Respuesta: iii)** El electrón tiene velocidad constante, por lo que su aceleración es cero y (por la segunda ley de Newton), la fuerza neta sobre el electrón también es cero. De esta manera, el trabajo total efectuado por todas las fuerzas (igual al trabajo realizado por la fuerza neta) también debe ser cero. Las fuerzas individuales pueden efectuar trabajo diferente de cero, pero ésa no es la cuestión que se pregunta.

**6.2 Respuesta: iv), i), iii), ii)** El cuerpo i) tiene energía cinética  $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2.0 \text{ kg})(5.0 \text{ m/s})^2 = 25 \text{ J}$ . El cuerpo ii) tiene inicialmente energía cinética cero y después tiene 30 J de trabajo realizado sobre él, de manera que su energía cinética final es  $K_2 = K_1 + W = 0 + 30 \text{ J} = 30 \text{ J}$ . El cuerpo iii) tenía energía cinética inicial  $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(1.0 \text{ kg})(4.0 \text{ m/s})^2 = 8.0 \text{ J}$  y luego tenía 20 J de trabajo realizado sobre él, por lo que su energía cinética es

$K_2 = K_1 + W = 8.0 \text{ J} + 20 \text{ J} = 28 \text{ J}$ . El cuerpo iv) tenía inicialmente energía cinética  $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(2.0 \text{ kg})(10 \text{ m/s})^2 = 100 \text{ J}$ ; cuando efectuó 80 J de trabajo sobre otro cuerpo, éste realizó  $-80 \text{ J}$  de trabajo sobre el cuerpo iv), así que la energía cinética final del cuerpo iv) es  $K_2 = K_1 + W = 100 \text{ J} + (-80 \text{ J}) = 20 \text{ J}$ .

**6.3 Respuestas: a) iii), b) iii)** En cualquier instante del movimiento de la lenteja del péndulo, tanto la fuerza de tensión como el peso actúan de forma perpendicular al movimiento, es decir, perpendicular a un desplazamiento infinitesimal  $d\vec{l}$  de la lenteja. (En la figura 5.32b, el desplazamiento  $d\vec{l}$  estaría dirigido hacia fuera del plano del diagrama de cuerpo libre.) Por lo tanto, para cualquier fuerza el producto escalar dentro de la integral de la ecuación (6.14) es  $\vec{F} \cdot d\vec{l} = 0$ , y el trabajo realizado en cualquier parte de la trayectoria circular (incluyendo un círculo completo) es  $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0$ .

**6.4 Respuesta: v)** El avión tiene una velocidad horizontal constante, así que la fuerza horizontal neta sobre él debe ser cero. Entonces, la fuerza de arrastre hacia atrás debe tener la misma magnitud que la fuerza hacia delante debida al empuje combinado de los dos motores. Esto significa que la fuerza de arrastre debe efectuar trabajo *negativo* sobre el avión con la misma tasa con que la fuerza de empuje combinada realiza trabajo *positivo*. El empuje combinado efectúa trabajo a una tasa de  $2(66,000 \text{ hp}) = 132,000 \text{ hp}$ , por lo que la fuerza de arrastre debe realizar trabajo a una tasa de  $-132,000 \text{ hp}$ .

## PROBLEMAS

Para las tareas asignadas por el profesor, visite [www.masteringphysics.com](http://www.masteringphysics.com)



## Preguntas para análisis

**P6.1.** El signo de muchas cantidades físicas depende de la elección de las coordenadas. Por ejemplo, el valor de  $g$  puede ser negativo o positivo, según si elegimos como positiva la dirección hacia arriba o hacia abajo. ¿Lo mismo es válido para el trabajo? En otras palabras, ¿podemos hacer negativo el trabajo positivo con una elección diferente de las coordenadas? Explique su respuesta.

**P6.2.** Un elevador es subido por sus cables con rapidez constante. ¿El trabajo realizado sobre él es positivo, negativo o cero? Explique.

**P6.3.** Se tira de una cuerda atada a un cuerpo y éste se acelera. Según la tercera ley de Newton, el cuerpo tira de la cuerda con una fuerza igual y opuesta. Entonces, ¿el trabajo total realizado es cero? Si así es, ¿cómo puede cambiar la energía cinética del cuerpo? Explique su respuesta.

**P6.4.** Si se requiere un trabajo total  $W$  para darle a un objeto una rapidez  $v$  y una energía cinética  $K$ , partiendo del reposo, ¿cuáles serán la rapidez (en términos de  $v$ ) y la energía cinética (en términos de  $K$ ) del objeto, si efectuamos el doble de trabajo sobre él partiendo del reposo de nuevo?

**P6.5.** Si hubiera una fuerza neta distinta de cero sobre un objeto en movimiento, ¿el trabajo total realizado sobre él podría ser cero? Explique, ilustrando su respuesta con un ejemplo.

**P6.6.** En el ejemplo 5.5 (sección 5.1), compare el trabajo realizado sobre la cubeta por la tensión del cable y el trabajo realizado sobre el carro por dicha tensión.

**P6.7.** En el péndulo cónico del ejemplo 5.21 (sección 5.4), ¿qué fuerza realiza trabajo sobre la lenteja conforme ésta gira?

**P6.8.** En los casos que se muestran en la figura 6.29, el objeto se suelta desde el reposo en la parte superior y no sufre fricción ni resistencia del aire. ¿En cuál situación, si acaso, la masa tendrá i) la mayor rapidez en la parte de inferior y ii) el mayor trabajo efectuado sobre ella en el tiempo que tarda en llegar a la parte inferior?

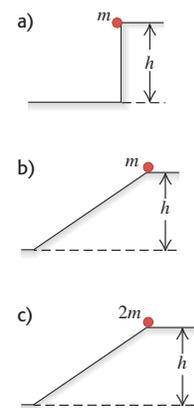
**P6.9.** Una fuerza  $\vec{F}$  sobre el eje  $x$  tiene magnitud que depende de  $x$ . Dibuje una posible gráfica de  $F$  contra  $x$  tal que la fuerza no realice trabajo sobre un objeto que se mueve de  $x_1$  a  $x_2$ , aunque la magnitud de la fuerza nunca sea cero en este intervalo.

**P6.10.** ¿La energía cinética de un automóvil cambia más al acelerar de 10 a 15 m/s o de 15 a 20 m/s? Explique su respuesta.

**P6.11.** Un ladrillo con masa de 1.5 kg cae verticalmente a 5.0 m/s. Un libro de física de 1.5 kg se desliza sobre el piso a 5.0 m/s.

Un melón de 1.5 kg viaja con una componente de velocidad de 3.0 m/s a la derecha y una componente vertical de 4.0 m/s hacia arriba. ¿Todos estos objetos tienen la misma velocidad? ¿Tienen la misma energía cinética? Para cada pregunta, justifique su respuesta.

Figura 6.29  
Pregunta P6.8.



**P6.12.** ¿El trabajo *total* efectuado sobre un objeto durante un desplazamiento puede ser negativo? Explique su respuesta. Si el trabajo total es negativo, ¿su magnitud puede ser mayor que la energía cinética inicial del objeto? Explique su respuesta.

**P6.13.** Una fuerza neta actúa sobre un objeto y lo acelera desde el reposo hasta una rapidez  $v_1$ , efectuando un trabajo  $W_1$ . ¿En qué factor debe aumentarse ese trabajo para lograr una rapidez final tres veces mayor, si el objeto parte del reposo?

**P6.14.** Un camión que va por una autopista tiene mucha energía cinética relativa a una patrulla detenida, pero ninguna relativa al conductor del camión. En estos dos marcos de referencia, ¿se requiere el mismo trabajo para detener el camión? Explique su respuesta.

**P6.15.** Imagine que usted sostiene un portafolios por el asa, con el brazo recto a su costado. ¿La fuerza que la mano ejerce efectúa trabajo sobre el portafolios *a*) cuando usted camina con rapidez constante por un pasillo horizontal y *b*) cuando usa una escalera eléctrica para subir del primer al segundo piso de un edificio? Justifique su respuesta en cada caso.

**P6.16.** Si un libro se desliza sobre una mesa, la fuerza de fricción realiza trabajo negativo sobre él. ¿Existe algún caso en que la fricción realice trabajo *positivo*? Explique su respuesta. (*Sugerencia:* piense en una caja dentro de un camión que acelera.)

**P6.17.** Tómese el tiempo al subir corriendo una escalera y calcule la tasa media con que efectúa trabajo contra la fuerza de gravedad. Expresé su respuesta en watts y en caballos de potencia.

**P6.18. Física fracturada.** Muchos términos de la física se utilizan de manera inadecuada en el lenguaje cotidiano. En cada caso, explique los errores que hay. *a*) A una persona *fuerte* se llama *llena de potencia*. ¿Qué error implica este uso de *potencia*? *b*) Cuando un trabajador carga una bolsa de hormigón por una obra en construcción horizontal, la gente dice que él realizó mucho *trabajo*. ¿Es verdad?

**P6.19.** Un anuncio de un generador eléctrico portátil asegura que el motor a diesel produce 28,000 hp para impulsar un generador eléctrico que produce 30 MW de potencia eléctrica. ¿Es esto posible? Explique su respuesta.

**P6.20.** Un automóvil aumenta su rapidez mientras el motor produce potencia constante. ¿La aceleración es mayor al inicio de este proceso o al final? Explique su respuesta.

**P6.21.** Considere una gráfica de potencia instantánea contra tiempo, cuyo eje  $P$  vertical comienza en  $P = 0$ . ¿Qué significado físico tiene el área bajo la curva  $P$  contra  $t$  entre dos líneas verticales en  $t_1$  y  $t_2$ ? ¿Cómo podría calcular la potencia media a partir de la gráfica? Dibuje una curva de  $P$  contra  $t$  que conste de dos secciones rectas y dónde la potencia máxima sea igual al doble de la potencia media.

**P6.22.** Una fuerza neta distinta de cero actúa sobre un objeto. ¿Alguna de las cantidades siguientes puede ser constante? *a*) La rapidez del objeto; *b*) la velocidad del objeto; *c*) la energía cinética del objeto.

**P6.23.** Cuando se aplica cierta fuerza a un resorte ideal, éste se estira una distancia  $x$  desde su longitud relajada (sin estirar) y efectúa trabajo  $W$ . Si ahora se aplica el doble de fuerza, ¿qué distancia (en términos de  $x$ ) se estira el resorte desde su longitud relajada y cuánto trabajo (en términos de  $W$ ) se requiere para estirarlo esta distancia?

**P6.24.** Si se requiere un trabajo  $W$  para estirar un resorte una distancia  $x$  desde su longitud relajada, ¿qué trabajo (en términos de  $W$ ) se requiere para estirar el resorte una distancia  $x$  adicional?

## Ejercicios

### Sección 6.1 Trabajo

**6.1.** Un viejo cubo de roble con masa de 6.75 kg cuelga en un pozo del extremo de una cuerda, que pasa sobre una polca sin fricción en la parte superior del pozo, y usted tira de la cuerda horizontalmente del extremo de la cuerda para levantar el cubo lentamente 4.00 m.

*a*) ¿Cuánto trabajo efectúa usted sobre el cubo al subirlo? *b*) ¿Cuánta fuerza gravitacional actúa sobre el cubo? *c*) ¿Qué trabajo total se realiza sobre el cubo?

**6.2.** Un camión de remolque tira de un automóvil 5.00 km por una carretera horizontal, usando un cable cuya tensión es de 850 N. *a*) ¿Cuánto trabajo ejerce el cable sobre el auto si tira de él horizontalmente? ¿Y si tira a  $35.0^\circ$  sobre la horizontal? *b*) ¿Cuánto trabajo realiza el cable sobre el camión de remolque en ambos casos del inciso *a*)? *c*) ¿Cuánto trabajo efectúa la gravedad sobre el auto en el inciso *a*)?

**6.3.** Un obrero empuja horizontalmente una caja de 30.0 kg una distancia de 4.5 m en un piso plano, con velocidad constante. El coeficiente de fricción cinética entre el piso y la caja es de 0.25. *a*) ¿Qué magnitud de fuerza debe aplicar el obrero? *b*) ¿Cuánto trabajo efectúa dicha fuerza sobre la caja? *c*) ¿Cuánto trabajo efectúa la fricción sobre la caja? *d*) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza normal sobre la caja? ¿Y la gravedad? *e*) ¿Qué trabajo total se efectúa sobre la caja?

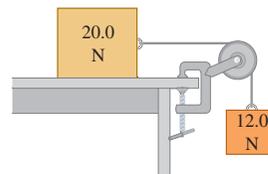
**6.4.** Suponga que el obrero del ejercicio 6.3 empuja hacia abajo con un ángulo de  $30^\circ$  bajo la horizontal. *a*) ¿Qué magnitud de fuerza debe aplicar el obrero para mover la caja con velocidad constante? *b*) ¿Qué trabajo realiza esta fuerza sobre la caja si se empuja 4.5 m? *c*) ¿Qué trabajo realiza la fricción sobre la caja en este desplazamiento? *d*) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza normal sobre la caja? ¿Y la gravedad? *e*) ¿Qué trabajo total se efectúa sobre la caja?

**6.5.** Un pintor de 75.0 kg sube por una escalera de 2.75 m que está inclinada contra una pared vertical. La escalera forma un ángulo de  $30.0^\circ$  con la pared. *a*) ¿Cuánto trabajo realiza la gravedad sobre el pintor? *b*) ¿La respuesta al inciso *a*) depende de si el pintor sube a rapidez constante o de si acelera hacia arriba de la escalera?

**6.6.** Dos botes remolcadores tiran de un buque tanque averiado. Cada uno ejerce una fuerza constante de  $1.80 \times 10^6$  N, uno  $14^\circ$  al oeste del norte y el otro  $14^\circ$  al este del norte, tirando del buque tanque 0.75 km al norte. ¿Qué trabajo total efectúan sobre el buque tanque?

**6.7.** Dos bloques están conectados por un cordón muy ligero que pasa por una polea sin masa y sin fricción (figura 6.30). Al viajar a rapidez constante, el bloque de 20.0 N se mueve 75.0 cm a la derecha y el bloque de 12.0 N se mueve 75.0 cm hacia abajo. Durante este proceso, ¿cuánto trabajo efectúa *a*) sobre el bloque de 12.0 N, i) la gravedad y ii) la tensión en el cordón? *b*) sobre el bloque de 20.0 N, i) la gravedad, ii) la tensión en el cordón, iii) la fricción y iv) la fuerza normal? *c*) Obtenga el trabajo total efectuado sobre cada bloque.

Figura 6.30 Ejercicio 6.7.



**6.8.** Un carrito de supermercado cargado rueda por un estacionamiento por el que sopla un viento fuerte. Usted aplica una fuerza constante  $\vec{F} = (30 \text{ N})\hat{i} - (40 \text{ N})\hat{j}$  al carrito mientras éste sufre un desplazamiento  $\vec{s} = (-9.0 \text{ m})\hat{i} - (3.0 \text{ m})\hat{j}$ . ¿Cuánto trabajo efectúa la fuerza que usted aplica al carrito?

**6.9.** Una pelota de 0.800 kg se ata al extremo de un cordón de 1.60 m de longitud y se hace girar en un círculo vertical. *a*) Durante un círculo completo, contando a partir de cualquier punto, calcule el trabajo total efectuado sobre la pelota por: i) la tensión en el cordón; ii) la gravedad. *b*) Repita el inciso *a*) para el movimiento a lo largo del semicírculo que va del cénit al nadir de la trayectoria.

## Sección 6.2 Energía cinética y teorema trabajo-energía

**6.10.** *a)* ¿Cuántos joules de energía cinética tiene un automóvil de 750 kg que viaja por una autopista común con rapidez de 65 mi/h? *b)* ¿En qué factor disminuiría su energía cinética si el auto viajara a la mitad de esa rapidez? *c)* ¿A qué rapidez (en mi/h) tendría que viajar el auto para tener la mitad de la energía cinética del inciso *a)*?

**6.11. Cráter de meteorito.** Hace aproximadamente 50,000 años, un meteorito se estrelló contra la Tierra cerca de lo que actualmente es la ciudad de Flagstaff, en Arizona. Mediciones recientes (2005) estiman que dicho meteorito tenía una masa aproximada de  $1.4 \times 10^8$  kg (unas 150,000 toneladas) y se impactó contra el suelo a 12 km/s. *a)* ¿Cuánta energía cinética pasó este meteorito al suelo? *b)* ¿Cómo se compara esta energía con la energía liberada por una bomba nuclear de 1.0 megatones? (Una bomba de un megatón libera la misma energía que un millón de toneladas de TNT, y 1.0 ton de TNT libera  $4.184 \times 10^9$  J de energía.)

**6.12. Algunas energías cinéticas familiares.** *a)* ¿Cuántos joules de energía cinética tiene una persona de 75 kg al caminar y al correr? *b)* ¿En el modelo atómico de Bohr, el electrón del hidrógeno en estado fundamental tiene una rapidez orbital de 2190 km/s. ¿Cuál es su energía cinética? (Consulte el Apéndice F) *c)* Si usted deja caer un peso de 1.0 kg (aproximadamente 2 lb) desde la altura del hombro, ¿cuántos joules de energía cinética tendrá cuando llegue al suelo? *d)* ¿Es razonable que un niño de 30 kg pueda correr lo suficientemente rápido para tener 100 J de energía cinética?

**6.13.** La masa de un protón es 1836 veces la masa de un electrón. *a)* Un protón viaja con rapidez  $V$ . ¿Con qué rapidez (en términos de  $V$ ) un electrón tendría la misma energía cinética que un protón? *b)* Un electrón tiene energía cinética  $K$ . Si un protón tiene la misma rapidez que el electrón, ¿cuál es su energía cinética (en términos de  $K$ )?

**6.14.** Una sandía de 4.80 kg se deja caer (rapidez inicial cero) desde la azotea de un edificio de 25.0 m y no sufre resistencia del aire apreciable. *a)* Calcule el trabajo realizado por la gravedad sobre la sandía durante su desplazamiento desde la azotea hasta el suelo. *b)* Justo antes de estrellarse contra el suelo, ¿cuáles son i) la energía cinética y ii) la rapidez de la sandía? *c)* ¿Cuál de las respuestas en los incisos *a)* y *b)* sería *diferente* si hubiera resistencia del aire considerable?

**6.15.** Use el teorema trabajo-energía para resolver los siguientes problemas. Usted puede utilizar las leyes de Newton para comprobar sus respuestas. Ignore la resistencia del aire en todos los casos. *a)* Una rama cae desde la parte superior de una secuoya de 95.0 m de altura, partiendo del reposo. ¿Con qué rapidez se mueve cuando llega al suelo? *b)* Un volcán expulsa una roca directamente hacia arriba 525 m en el aire. ¿Con qué rapidez se movía la roca justo al salir del volcán? *c)* Una esquiadora que se mueve a 5.00 m/s llega a una zona de nieve horizontal áspera grande, cuyo coeficiente de fricción cinética con los esquís es de 0.220. ¿Qué tan lejos viaja ella sobre esta zona antes de detenerse? *d)* Suponga que la zona áspera del inciso *c)* sólo tiene 2.90 m de longitud. ¿Con qué rapidez se movería la esquiadora al llegar al extremo de dicha zona? *e)* En la base de una colina congelada sin fricción que se eleva a  $25.0^\circ$  sobre la horizontal, un trineo tiene una rapidez de 12.0 m/s hacia la colina. ¿A qué altura vertical sobre la base llegará antes de detenerse?

**6.16.** Se lanza una piedra de 20 N verticalmente hacia arriba desde el suelo. Se observa que, cuando está 15.0 m sobre el suelo, viaja a 25.0 m/s hacia arriba. Use el teorema trabajo-energía para determinar *a)* su rapidez en el momento de ser lanzada y *b)* su altura máxima.

**6.17.** Imagine que pertenece a la Cuadrilla de Rescate Alpino y debe proyectar hacia arriba una caja de suministros por una pendiente de ángulo constante  $\alpha$ , de modo que llegue a un esquiador varado que está a una distancia vertical  $h$  sobre la base de la pendiente. La pendiente es resbalosa, pero hay cierta fricción presente, con coeficiente de fricción cinética  $\mu_k$ . Use el teorema trabajo-energía para calcular

la rapidez mínima que debe impartir a la caja en la base de la pendiente para que llegue al esquiador. Expresé su respuesta en términos de  $g$ ,  $h$ ,  $\mu_k$  y  $\alpha$ .

**6.18.** Una masa  $m$  baja deslizándose por un plano inclinado liso que forma un ángulo  $\alpha$  con la horizontal, desde una altura vertical inicial  $h$ .

*a)* El trabajo efectuado por una fuerza es la sumatoria del trabajo efectuado por las componentes de la fuerza. Considere las componentes de la gravedad paralela y perpendicular al plano. Calcule el trabajo efectuado sobre la masa por cada componente y use estos resultados para demostrar que el trabajo efectuado por la gravedad es exactamente el mismo que efectuaría si la masa cayera verticalmente por el aire desde una altura  $h$ . *b)* Use el teorema trabajo-energía para demostrar que la rapidez de la masa en la base del plano inclinado es la misma que tendría si se hubiera dejado caer desde la altura  $h$ , sea cual fuere el ángulo  $\alpha$  del plano. Explique cómo esta rapidez puede ser independiente del ángulo del plano. *c)* Use los resultados del inciso *b)* para obtener la rapidez de una piedra que baja deslizándose por una colina congelada sin fricción, partiendo del reposo 15.0 m arriba del pie de la colina.

**6.19.** Un automóvil es detenido en una distancia  $D$  por una fuerza de fricción constante independiente de la rapidez del auto. ¿Cuál es la distancia en que se detiene (en términos de  $D$ ) *a)* si el auto triplica su rapidez inicial; y *b)* si la rapidez es la misma que tenía originalmente, pero se triplica la fuerza de fricción? (Utilice métodos de trabajo-energía.)

**6.20.** Un electrón en movimiento tiene energía cinética  $K_1$ . Después de realizarse sobre él una cantidad neta de trabajo  $W$ , se mueve con una cuarta parte de su rapidez anterior y en la dirección opuesta. *a)* Calcule  $W$  términos de  $K_1$ . *b)* ¿Su respuesta depende de la dirección final del movimiento del electrón?

**6.21.** Un trineo con masa de 8.00 kg se mueve en línea recta sobre una superficie horizontal sin fricción. En cierto punto, su rapidez es de 4.00 m/s; 2.50 m más adelante, su rapidez es de 6.00 m/s. Use el teorema trabajo-energía para determinar la fuerza que actúa sobre el trineo, suponiendo que tal fuerza es constante y actúa en la dirección del movimiento del trineo.

**6.22.** Un balón de fútbol sóquer de 0.420 kg se mueve inicialmente con rapidez de 2.00 m/s. Un jugador lo patea, ejerciendo una fuerza constante de 40.0 N en la dirección del movimiento del balón. ¿Durante qué distancia debe estar su pie en contacto con el balón para aumentar la rapidez de éste a 6.00 m/s?

**6.23.** Un “12-pack” de Omni-Cola (masa de 4.30 kg) está en reposo en un piso horizontal. Luego, un perro entrenado que ejerce una fuerza horizontal con magnitud de 36.0 N lo empuja 1.20 m en línea recta. Use el teorema trabajo-energía para determinar la rapidez final si *a)* no hay fricción entre el 12-pack y el piso; *b)* el coeficiente de fricción cinética entre el 12-pack y el piso es de 0.30.

**6.24.** Un bateador golpea una pelota de béisbol con masa de 0.145 kg y la lanza hacia arriba con rapidez inicial de 25.0 m/s. *a)* ¿Cuánto trabajo habrá realizado la gravedad sobre la pelota cuando ésta alcanza una altura de 20.0 m sobre el bate? *b)* Use el teorema trabajo-energía para calcular la rapidez de la pelota a esa altura. Ignore la resistencia del aire. *c)* ¿La respuesta al inciso *b)* depende de si la pelota se mueve hacia arriba o hacia abajo cuando está a la altura de 20.0 m? Explique su respuesta.

**6.25.** Un vagón de juguete con masa de 7.00 kg se mueve en línea recta sobre una superficie horizontal sin fricción. Tiene rapidez inicial de 4.00 m/s y luego es empujado 3.0 m, en la dirección de la velocidad inicial, por una fuerza cuya magnitud es de 10.0 N. *a)* Use el teorema trabajo-energía para calcular la rapidez final del vagón. *b)* Calcule la aceleración producida por la fuerza y úsela en las relaciones de cinemática del capítulo 2 para calcular la rapidez final del vagón. Compare este resultado con el calculado en el inciso *a)*.

**6.26.** Un bloque de hielo con masa de 2.00 kg se desliza 0.750 m hacia abajo por un plano inclinado a un ángulo de  $36.9^\circ$  bajo la horizontal. Si el bloque parte del reposo, ¿cuál será su rapidez final? Puede despreciarse la fricción.

**6.27. Distancia de paro.** Un automóvil viaja por un camino horizontal con rapidez  $v_0$  en el instante en que los frenos se bloquean, de modo que las llantas se deslizan en vez de rodar. *a)* Use el teorema trabajo-energía para calcular la distancia mínima en que puede detenerse el auto en términos de  $v_0$ ,  $g$  y el coeficiente de fricción cinética  $\mu_k$  entre los neumáticos y el camino. *b)* ¿En qué factor cambiaría la distancia mínima de frenado, si i) se duplicara el coeficiente de fricción cinética, ii) se duplicara la rapidez inicial, o iii) se duplicaran tanto el coeficiente de fricción cinética como la rapidez inicial?

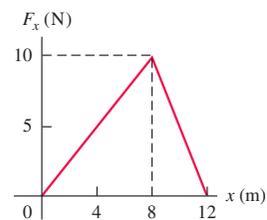
### Sección 6.3 Trabajo y energía con fuerzas variables

**6.28.** Se requiere un trabajo de 12.0 J para estirar un resorte 3.00 cm respecto a su longitud no estirada. *a)* ¿Cuál es la constante de fuerza de este resorte? *b)* ¿Qué fuerza se necesita para estirar 3.00 cm el resorte desde su longitud sin estirar? *c)* ¿Cuánto trabajo debe efectuarse para comprimir ese resorte 4.00 cm respecto a su longitud no estirada, y qué fuerza se necesita para estirarlo esta distancia?

**6.29.** Una fuerza de 160 N estira un resorte 0.050 m más allá de su longitud no estirada. *a)* ¿Qué fuerza se requiere para un estiramiento de 0.015 m de este resorte? ¿Y para comprimirlo 0.020 m? *b)* ¿Cuánto trabajo debe efectuarse para estirar el resorte 0.015 m más allá de su longitud no estirada? ¿Y para comprimirlo 0.20 m desde su longitud sin estirar?

**6.30.** Una niña aplica una fuerza  $\vec{F}$  paralela al eje  $x$  a un trineo de 10.0 kg que se mueve sobre la superficie congelada de un estanque pequeño. La niña controla la rapidez del trineo, y la componente  $x$  de la fuerza que aplica varía con la coordenada  $x$  del trineo, como se muestra en la figura 6.31. Calcule el trabajo efectuado por  $\vec{F}$  cuando el trineo se mueve *a)* de  $x = 0$  a  $x = 8.0$  m; *b)* de  $x = 8.0$  m a  $x = 12.0$  m; *c)* de  $x = 0$  a  $x = 12.0$  m.

Figura 6.31 Ejercicios 6.30 y 6.31.



**6.31.** Suponga que el trineo del ejercicio 6.30 está inicialmente en reposo en  $x = 0$ . Use el teorema trabajo-energía para determinar la rapidez del trineo en *a)*  $x = 8.0$  m, y *b)*  $x = 12.0$  m. Puede despreciarse la fricción entre el trineo y la superficie del estanque.

**6.32.** Una vaca terca intenta salirse del establo mientras usted la empuja cada vez con más fuerza para impedirlo. En coordenadas cuyo origen es la puerta del establo, la vaca camina de  $x = 0$  a  $x = 6.9$  m, mientras usted aplica una fuerza con componente  $x$   $F_x = -[20.0 \text{ N} + (3.0 \text{ N/m})x]$ . ¿Cuánto trabajo efectúa sobre la vaca la fuerza que usted aplica durante este desplazamiento?

**6.33.** Una caja de 6.0 kg que se mueve a 3.0 m/s, sobre una superficie horizontal sin fricción, choca con un resorte ligero cuya constante de fuerza es de 75 N/cm. Use el teorema trabajo-energía para determinar la compresión máxima del resorte.

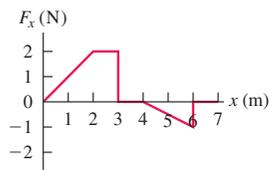
**6.34. "Press" de piernas.** Como parte de su ejercicio diario, usted se acuesta boca arriba y empuja con los pies una plataforma conectada a dos resortes rígidos paralelos entre sí. Al empujar la plataforma, usted comprime los resortes. Realiza 80.0 J de trabajo al comprimir los resortes 0.200 m con respecto a su longitud no comprimida. *a)* ¿Qué fuerza debe aplicar para mantener la plataforma en esta posición? *b)* ¿Cuánto trabajo adicional debe realizar para mover la plataforma otros 0.200 m, y qué fuerza máxima debe aplicar?

**6.35.** *a)* En el ejemplo 6.7 (sección 6.3), se calcula que, con el riel de aire apagado, el deslizador viaja 8.6 cm antes de parar instantáneamente. ¿Qué tan grande debe ser el coeficiente de fricción estática  $\mu_s$  para evitar que el deslizador regrese a la izquierda? *b)* Si el coeficiente de fricción estática entre el deslizador y el riel es  $\mu_s = 0.60$ , ¿qué rapidez inicial máxima  $v_1$  puede imprimirse al deslizador sin que regrese a la izquierda luego de detenerse momentáneamente? Con el riel de aire apagado, el coeficiente de fricción cinética es  $\mu_k = 0.47$ .

**6.36.** Un bloque de hielo de 4.00 kg se coloca contra un resorte horizontal que tiene fuerza constante  $k = 200$  N/m, y está comprimido 0.025 m. El resorte se suelta y acelera al bloque sobre una superficie horizontal. Pueden despreciarse la fricción y la masa del resorte. *a)* Calcule el trabajo efectuado por el resorte sobre el bloque, durante el movimiento del bloque desde su posición inicial hasta que el resorte recupera su longitud no comprimida. *b)* ¿Qué rapidez tiene el bloque al perder contacto con el resorte?

**6.37.** A un automóvil a escala de 2.0 kg, controlado por radio, se aplica una fuerza  $\vec{F}$  paralela al eje  $x$ ; mientras el auto se mueve por una pista recta. La componente  $x$  de la fuerza varía con la coordenada  $x$  del auto, como se indica en la figura 6.32. Calcule el trabajo efectuado por la fuerza  $\vec{F}$  cuando el auto se mueve de *a)*  $x = 0$  a  $x = 3.0$  m; *b)*  $x = 3.0$  m a  $x = 4.0$  m; *c)*  $x = 4$  a  $x = 7.0$  m; *d)*  $x = 0$  a  $x = 7.0$  m; *e)*  $x = 7.0$  m a  $x = 2.0$  m.

Figura 6.32 Ejercicios 6.37 y 6.38.



**6.38.** Suponga que el auto a escala de 2.0 kg del ejercicio 6.37 está inicialmente en reposo en  $x = 0$  y que  $\vec{F}$  es la fuerza neta que actúa sobre él. Use el teorema trabajo-energía para determinar la rapidez del auto en *a)*  $x = 3.0$  m; *b)*  $x = 4.0$  m; *c)*  $x = 7.0$  m.

**6.39.** En un parque acuático, trineos con pasajeros se impulsan por una superficie horizontal resbaladiza liberando un resorte grande comprimido. El resorte, con constante de fuerza  $k = 40.0$  N/cm y masa despreciable, descansa sobre la superficie horizontal sin fricción. Un extremo está en contacto con una pared fija; un trineo con pasajero (cuya masa total es de 70.0 kg) se empuja contra el otro extremo, comprimiendo el resorte 0.375 m. Luego se libera el trineo con velocidad inicial cero. ¿Qué rapidez tiene el trineo cuando el resorte *a)* regresa a su longitud no comprimida? y *b)* ¿está aún comprimido 0.200 m?

**6.40. La mitad de un resorte.** *a)* Suponga que usted corta a la mitad un resorte ideal sin masa. Si el resorte completo tiene una constante de fuerza  $k$ , ¿cuál es la constante de fuerza de cada mitad, en términos de  $k$ ? (*Sugerencia:* piense en el resorte original como dos mitades iguales, y que cada mitad produce la misma fuerza que el resorte completo. ¿Nota usted por qué las fuerzas deben ser iguales?) *b)* Si ahora corta el resorte en tres segmentos iguales, ¿cuál será la constante de fuerza de cada uno en términos de  $k$ ?

**6.41.** Un deslizador pequeño con masa de 0.0900 kg se coloca contra un resorte comprimido en la base de un riel de aire inclinado  $40.0^\circ$  hacia arriba sobre la horizontal. El resorte tiene  $k = 640$  N/m y masa despreciable. Al soltarse el resorte, el deslizador viaja una distancia máxima de 1.80 m sobre el riel antes de deslizarse hacia abajo. Antes de alcanzar esta distancia máxima, el deslizador pierde contacto con

el resorte. *a)* ¿Qué distancia se comprimió originalmente el resorte? *b)* Cuando el deslizador haya recorrido 0.80 m por el riel de aire desde su posición inicial contra el resorte comprimido, ¿estará todavía en contacto con el resorte? ¿Qué energía cinética tiene el deslizador en ese punto?

**6.42.** Un albañil ingenioso construye un dispositivo para lanzar ladrillos hasta arriba de la pared donde está trabajando. Se coloca un ladrillo sobre un resorte vertical comprimido con fuerza constante  $k = 450 \text{ N/m}$  y masa despreciable. Al soltarse el resorte, el ladrillo es empujado hacia arriba. Si un ladrillo con masa de 1.80 kg debe alcanzar una altura máxima de 3.6 m sobre su posición inicial, ¿qué distancia deberá comprimirse el resorte? (El ladrillo pierde contacto con el resorte cuando éste recupera su longitud no comprimida. ¿Por qué?)

### Sección 6.4 Potencia

**6.43.** ¿Cuántos joules de energía consume una bombilla eléctrica de 100 watts cada hora? ¿Con qué rapidez tendría que correr una persona de 70 kg para tener esa cantidad de energía cinética?

**6.44.** El consumo total de energía eléctrica en Estados Unidos es del orden de  $1.0 \times 10^{19} \text{ J}$  por año. *a)* ¿Cuál es la tasa media de consumo de energía eléctrica en watts? *b)* Si la población de ese país es de 300 millones de personas, determine la tasa media de consumo de energía eléctrica por persona. *c)* El Sol transfiere energía a la Tierra por radiación a razón de  $1.0 \text{ kW}$  por  $\text{m}^2$  de superficie, aproximadamente. Si esta energía pudiera recolectarse y convertirse en energía eléctrica con eficiencia del 40%, ¿qué área (en  $\text{km}^2$ ) se requeriría para recolectar la energía eléctrica gastada por Estados Unidos?

**6.45. Magnetoestrella.** El 27 de diciembre de 2004 los astrónomos observaron el destello de luz más grande jamás registrado, proveniente de afuera del Sistema Solar. Provenía de la estrella de neutrones altamente magnética SGR 1806-20 (una *magnetoestrella*). Durante 0.20 s, dicha estrella liberó tanta energía como nuestro Sol liberó durante 250,000 años. Si  $P$  es la salida de potencia media de nuestro Sol, ¿cuál era la salida de potencia media (en términos de  $P$ ) de esta magnetoestrella?

**6.46.** Una piedra de 20.0 kg se desliza por una superficie horizontal áspera a 8.0 m/s y finalmente se para debido a la fricción. El coeficiente de fricción cinética entre la piedra y la superficie es de 0.200. ¿Cuánta potencia térmica media se produce al detenerse la piedra?

**6.47.** Un equipo de dos personas en una bicicleta tándem debe vencer una fuerza de 165 N para mantener una rapidez de 9.00 m/s. Calcule la potencia requerida por ciclista, suponiendo contribuciones iguales. Exprese su respuesta en watts y en caballos de potencia.

**6.48.** Cuando el motor de 75 kW (100 hp) está desarrollando su potencia máxima, un pequeño avión monomotor con masa de 700 kg gana altitud a razón de 2.5 m/s (150 m/min, o 500 ft/min). ¿Qué fracción de la potencia del motor se está invirtiendo en hacer que el avión ascienda? (El resto se usa para vencer la resistencia del aire o se pierde por ineficiencias en la hélice y el motor.)

**6.49. Trabajar como caballo.** Imagine que usted trabaja levantando cajas de 30 kg una distancia vertical de 0.90 m del suelo a un camión. *a)* ¿Cuántas cajas tendría que cargar en el camión en 1 min, para que su gasto medio de potencia invertido en levantar las cajas fuera de 0.50 hp? *b)* ¿Y para que fuera de 100 W?

**6.50.** Un elevador vacío tiene masa de 600 kg y está diseñado para subir con rapidez constante una distancia vertical de 20.0 m (5 pisos) en 16.0 s. Es impulsado por un motor capaz de suministrar 40 hp al elevador. ¿Cuántos pasajeros como máximo pueden subir en el elevador? Suponga una masa de 65.0 kg por pasajero.

**6.51. Potencia automotriz.** Es frecuente que un automóvil de 1000 kg rinda 30 mi/gal cuando viaja a 60 mi/h en una carretera horizontal. Si este auto realiza un viaje de 200 km, *a)* ¿cuántos joules de energía consume, y *b)* cuál es la tasa media del consumo de energía durante el viaje? Observe que 1.0 gal de gasolina rinde  $1.3 \times 10^9 \text{ J}$  (aunque esto puede variar). Consulte el Apéndice E.

**6.52.** El portaaviones *John F. Kennedy* tiene una masa de  $7.4 \times 10^7 \text{ kg}$ . Cuando sus motores desarrollan su potencia máxima de 280,000 hp, la nave viaja con su rapidez máxima de 35 nudos (65 km/h). Si el 70% de esa potencia se dedica a impulsar la nave por el agua, ¿qué magnitud tiene la fuerza de resistencia del agua que se opone al movimiento del portaviones a esta rapidez?

**6.53.** Un remolcador de esquiadores opera en una ladera a  $15.0^\circ$  con longitud de 300 m. La cuerda se mueve a 12.0 km/h y se suministra potencia para remolcar 50 pasajeros (de 70.0 kg en promedio) a la vez. Estime la potencia requerida para operar el remolcador.

**6.54.** Un insecto volador común aplica una fuerza media igual al doble de su peso durante cada aleteo hacia abajo cuando está suspendido en el aire. Suponga que la masa del insecto es de 10 g y que las alas recorren una distancia media vertical de 1.0 cm en cada aleteo. Suponiendo 100 aleteos por segundo, estime el gasto medio de potencia del insecto.

### Problemas

**6.55. Barra giratoria.** Una barra delgada y uniforme de 12.0 kg y longitud de 2.00 m gira uniformemente alrededor de un pivote en un extremo, describiendo 5.00 revoluciones completas cada 3.00 segundos. ¿Qué energía cinética tiene esta barra? (*Sugerencia:* los diferentes puntos de la barra tienen diferente rapidez. Divida la barra en segmentos infinitesimales de masa  $dm$  e integre para obtener la energía cinética total de todos estos segmentos.)

**6.56. Un asteroide cercano a la Tierra.** El 13 de abril de 2029 (¡un viernes 13!), el asteroide 99942 Apophis pasará a 18,600 millas de la Tierra, ¡aproximadamente 1/13 de la distancia a la Luna! Tiene una densidad de  $2600 \text{ kg/m}^3$ , puede moldearse como una esfera de 320 m de diámetro y viajará a 12.6 km/s. *a)* Si debido a una pequeña perturbación en su órbita, el asteroide fuera a chocar contra la Tierra, ¿cuánta energía cinética produciría? *b)* El arma nuclear más grande probada por Estados Unidos fue la bomba “Castle-Bravo”, que produjo 15 megatones de TNT. (Un megatón de TNT libera  $4.184 \times 10^{15} \text{ J}$  de energía.) ¿Cuántas bombas Castle-Bravo serían equivalentes a la energía del Apophis?

**6.57.** Un transportador de equipaje tira de una maleta de 20.0 kg, para subirla por una rampa inclinada  $25.0^\circ$  sobre la horizontal, con una fuerza  $\vec{F}$  de magnitud 140 N que actúa paralela a la rampa. El coeficiente de fricción cinética entre la rampa y la maleta es  $\mu_k = 0.300$ . Si la maleta viaja 3.80 m en la rampa, calcule el trabajo realizado sobre la maleta por *a)*  $\vec{F}$ ; *b)* la fuerza gravitacional, *c)* la fuerza normal, *d)* la fuerza de fricción, *e)* todas las fuerzas (el trabajo total hecho sobre la maleta). *f)* Si la rapidez de la maleta es cero en la base de la rampa, ¿qué rapidez tiene después de haber subido 3.80 m por la rampa?

**6.58. Dominadas.** Al hacer una “dominada”, un hombre levanta su cuerpo 0.40 m. *a)* ¿Cuánto trabajo efectúa por kilogramo de masa corporal? *b)* Los músculos que intervienen en el movimiento pueden generar aproximadamente 70 J de trabajo por kilogramo de masa muscular. Si el hombre apenas logra hacer una dominada de 0.40 m, ¿qué porcentaje de la masa de su cuerpo corresponde a esos músculos? (Como comparación, el porcentaje *total* de músculo en un hombre común de 70 kg con el 14% de grasa corporal es cercano al 43%.) *c)* Repita el inciso *b)* para el pequeño hijo de tal hombre, cuyos brazos tienen la mitad de la longitud pero cuyos músculos también pueden

generar 70 J de trabajo por kilogramo de masa muscular. *d*) Los adultos y niños tienen aproximadamente el mismo porcentaje de músculo en su cuerpo. Explique por qué para los niños suele ser más fácil hacer dominadas que para sus padres.

**6.59. Máquinas simples.** Se instalan rampas para discapacitados porque un gran peso  $w$  puede levantarse con una fuerza relativamente pequeña igual a  $w \sin \alpha$  más la pequeña fuerza de fricción. Estos planos inclinados son un ejemplo de una clase de dispositivos llamados *máquinas simples*. Se aplica una fuerza de entrada  $F_{\text{ent}}$  al sistema y produce una fuerza de salida  $F_{\text{sal}}$  aplicada al objeto que se mueve. En una máquina simple, el cociente  $F_{\text{sal}}/F_{\text{ent}}$  se llama ventaja mecánica real (VMR). La razón inversa de las distancias que los puntos de aplicación de estas fuerzas se desplazan durante el movimiento del objeto,  $s_{\text{ent}}/s_{\text{sal}}$ , es la ventaja mecánica ideal (VMI). *a*) Calcule la VMI de un plano inclinado. *b*) ¿Qué puede decir de la relación entre el trabajo suministrado a la máquina,  $W_{\text{ent}}$ , y el producido por ella,  $W_{\text{sal}}$ , si  $\text{VMR} = \text{VMI}$ ? *c*) Dibuje una polea dispuesta para producir  $\text{VMI} = 2$ . *d*) Definimos la eficiencia  $e$  de una máquina simple como el cociente del trabajo de salida y el de entrada,  $e = W_{\text{sal}}/W_{\text{ent}}$ . Demuestre que  $e = \text{VMR}/\text{VMI}$ .

**6.60.** Considere el bloque del ejercicio 6.7 conforme se mueve 75.0 cm. Calcule el trabajo total realizado sobre cada uno *a*) si no hay fricción entre la mesa y el bloque de 20.0 N, y *b*) si  $\mu_s = 0.500$  y  $\mu_k = 0.325$  entre la mesa y el bloque de 20.0 N.

**6.61.** El transbordador espacial *Endeavour*, con masa de 86,400 kg, está en una órbita circular con radio de  $6.66 \times 10^6$  m alrededor de la Tierra, y tarda 90.1 min en completar una órbita. En una misión de reparación, la nave se acerca cuidadosamente 1.00 m cada 3.00 s a un satélite averiado. Calcule la energía cinética del *Endeavour* *a*) relativa a la Tierra, y *b*) relativa al satélite.

**6.62.** Un paquete de 5.00 kg baja 1.50 m deslizándose por una larga rampa inclinada  $12.0^\circ$  bajo la horizontal. El coeficiente de fricción cinética entre el paquete y la rampa es  $\mu_k = 0.310$ . Calcule el trabajo realizado sobre el paquete por *a*) la fricción, *b*) la gravedad, *c*) la fuerza normal, *d*) todas las fuerzas (el trabajo total sobre el paquete). *e*) Si el paquete tiene una rapidez de 2.20 m/s en la parte superior de la rampa, ¿qué rapidez tiene después de bajar deslizándose 1.50 m?

**6.63. Resortes en paralelo.** Dos resortes están en *paralelo* si son paralelos entre sí y están conectados en sus extremos (figura 6.33). Es posible pensar en esta combinación como equivalente a un solo resorte. La constante de fuerza del resorte individual equivalente se denomina constante de fuerza *efectiva*,  $k_{\text{efe}}$ , de la combinación. *a*) Demuestre que la constante de fuerza efectiva de esta combinación es  $k_{\text{efe}} = k_1 + k_2$ . *b*) Generalice este resultado para  $N$  resortes en paralelo.

**6.64. Resortes en serie.** Dos resortes sin masa están conectados en serie cuando se unen uno después del otro, punta con cola. *a*) Demuestre que la constante de fuerza efectiva (véase el problema 6.63) de una combinación en serie está dada por  $\frac{1}{k_{\text{efe}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ . (*Sugerencia:* para una fuerza dada, la distancia total de estiramiento por el resorte individual equivalente es la suma de las distancias estiradas por los resortes en combinación. Además, cada resorte debe ejercer la misma fuerza. ¿Sabe usted por qué? *b*) Generalice este resultado para  $N$  resortes en serie.

**6.65.** Un objeto es atraído hacia el origen con una fuerza dada por  $F_x = -k/x^2$ . (Las fuerzas gravitacionales y eléctricas tienen esta

dependencia de la distancia.) *a*) Calcule el trabajo realizado por la fuerza  $F_x$  cuando el objeto se mueve en la dirección  $x$  de  $x_1$  a  $x_2$ . Si  $x_2 > x_1$ , ¿el trabajo hecho por  $F_x$  es positivo o negativo? *b*) La otra fuerza que actúa sobre el objeto es la que usted ejerce con la mano para moverlo lentamente de  $x_1$  a  $x_2$ . ¿Qué tanto trabajo efectúa usted? Si  $x_2 > x_1$ , ¿el trabajo que usted hace es positivo o negativo? *c*) Explique las similitudes y diferencias entre sus respuestas a los incisos *a*) y *b*).

**6.66.** La atracción gravitacional de la Tierra sobre un objeto es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el objeto y el centro de la Tierra. En la superficie terrestre, esa fuerza es igual al peso normal del objeto,  $mg$ , donde  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ; en tanto que a grandes distancias la fuerza es cero. Si un asteroide de 20,000 kg cae a la Tierra desde un punto muy lejano, ¿qué rapidez mínima tendrá al chocar contra la superficie terrestre y cuánta energía cinética impartirá a nuestro planeta? Puede ignorar los efectos de la atmósfera terrestre.

**6.67. Coeficientes de fricción variables.** Una caja resbala con una rapidez de 4.50 m/s por una superficie horizontal cuando, en el punto  $P$ , se topa con una sección áspera. Aquí, el coeficiente de fricción no es constante: inicia en 0.100 en  $P$  y aumenta linealmente con la distancia después de  $P$ , alcanzando un valor de 0.600 en 12.5 m más allá de  $P$ . *a*) Use el teorema trabajo-energía para obtener la distancia que la caja se desliza antes de pararse. *b*) Determine el coeficiente de fricción en el punto donde se paró. *c*) ¿Qué distancia se habría deslizado la caja si el coeficiente de fricción, en vez de aumentar, se hubiera mantenido en 0.100?

**6.68.** Considere un resorte con un extremo fijo que no obedece fielmente la ley de Hooke. Para mantenerlo estirado o comprimido una distancia  $x$ , se debe aplicar al extremo libre una fuerza sobre el eje  $x$  con componente  $F_x = kx - bx^2 + cx^3$ . Aquí  $k = 100 \text{ N/m}$ ,  $b = 700 \text{ N/m}^2$  y  $c = 12,000 \text{ N/m}^3$ . Observe que  $x > 0$  cuando se estira el resorte y  $x < 0$  cuando se comprime. *a*) ¿Cuánto trabajo debe realizarse para estirar este resorte 0.050 m con respecto a su longitud no estirada? *b*) ¿Cuánto trabajo debe realizarse para *comprimirlo* 0.050 m con respecto a su longitud no estirada? *c*) ¿Es más fácil estirar o comprimir este resorte? Explique por qué en términos de la dependencia de  $F_x$  en  $x$ . (Muchos resortes reales tienen el mismo comportamiento cualitativo.)

**6.69.** Un pequeño bloque con masa de 0.120 kg se conecta a un cordón que pasa por un agujero en una superficie horizontal sin fricción (figura 6.34). El bloque está girando a una distancia de 0.40 m del agujero con rapidez de 0.70 m/s. Luego, se tira del cordón por abajo, acortando el radio de la trayectoria del bloque a 0.10 m. Ahora la rapidez del bloque es de 2.80 m/s. *a*) ¿Qué tensión hay en el cordón en la situación original cuando el bloque tienen una rapidez  $v = 0.70 \text{ m/s}$ ? *b*) ¿Qué tensión hay en el cordón en la situación final cuando el bloque tienen una rapidez  $v = 2.80 \text{ m/s}$ ? *c*) ¿Cuánto trabajo efectuó la persona que tiró del cordón?

**6.70. Bombardeo con protones.** Un protón con masa de  $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$  es impulsado con una rapidez inicial de  $3.00 \times 10^5 \text{ m/s}$  directamente hacia un núcleo de uranio que está a 5.00 m. El protón es repelido por el núcleo de uranio con una fuerza de magnitud  $F = \alpha/x^2$ , donde  $x$  es la separación de los objetos y  $\alpha = 2.12 \times$

Figura 6.33 Problema 6.63.

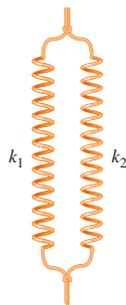
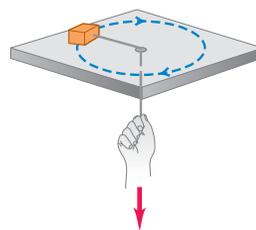


Figura 6.34 Problema 6.69.



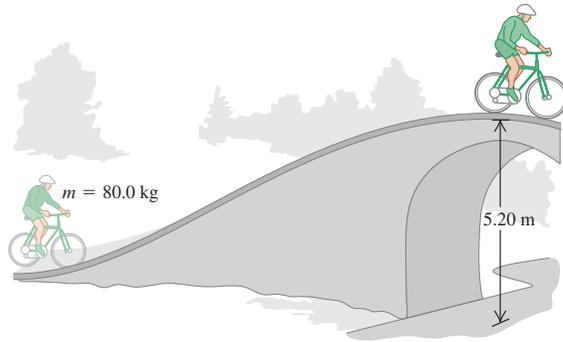
$10^{-26} \text{ N} \cdot \text{m}^2$ . Suponga que el núcleo de uranio permanece en reposo. *a)* ¿Qué rapidez tiene el protón cuando está a  $8.00 \times 10^{-10} \text{ m}$  del núcleo de uranio? *b)* Al acercarse el protón al núcleo de uranio, la fuerza de repulsión lo frena hasta detenerlo momentáneamente, después de lo cual el protón se aleja del núcleo de uranio. ¿Qué tanto se acerca el protón al núcleo? *c)* ¿Qué rapidez tiene el protón cuando está otra vez a  $5.00 \text{ m}$  del núcleo de uranio?

**6.71.** Un bloque de hielo con masa de  $6.00 \text{ kg}$  está inicialmente en reposo en una superficie horizontal sin fricción. Un obrero le aplica después una fuerza horizontal  $\vec{F}$  y el bloque se mueve sobre el eje  $x$ , de modo que su posición en función del tiempo está dada por  $x(t) = \alpha t^2 + \beta t^3$ , donde  $\alpha = 0.200 \text{ m/s}^2$ ,  $\beta = 0.0200 \text{ m/s}^3$ . *a)* Calcule la velocidad del objeto en  $t = 4.00 \text{ s}$ . *b)* Calcule la magnitud de  $\vec{F}$  en  $t = 4.00 \text{ s}$ . *c)* Calcule el trabajo efectuado por la fuerza  $\vec{F}$  durante los primeros  $4.00 \text{ s}$  del movimiento.

**6.72. El impacto del Génesis.** Cuando la cápsula de  $210 \text{ kg}$  de la misión Génesis se estrelló (véase el ejercicio 5.17 del capítulo 5) con una rapidez de  $311 \text{ km/h}$ , se incrustó  $81.0 \text{ cm}$  en el suelo del desierto. Suponiendo una aceleración constante durante el impacto, ¿con qué tasa media la cápsula efectuó trabajo sobre el desierto?

**6.73.** Un hombre y su bicicleta tienen una masa combinada de  $80.0 \text{ kg}$ . Al llegar a la base de un puente, el hombre viaja a  $5.00 \text{ m/s}$  (figura 6.35). La altura vertical del puente que debe subir es de  $5.20 \text{ m}$ , y en la cima la rapidez del ciclista disminuyó a  $1.50 \text{ m/s}$ . Ignore la fricción y cualquier ineficiencia de la bicicleta o de las piernas del ciclista. *a)* ¿Qué trabajo total se efectúa sobre el hombre y su bicicleta al subir de la base a la cima del puente? *b)* ¿Cuánto trabajo realizó el hombre con la fuerza que aplicó a los pedales?

Figura 6.35 Problema 6.73.



**6.74.** Una fuerza en la dirección  $+x$  tiene magnitud  $F = b/x^n$ , donde  $b$  y  $n$  son constantes. *a)* Para  $n > 1$ , calcule el trabajo efectuado sobre una partícula por esta fuerza cuando la partícula se mueve sobre el eje  $x$  de  $x = x_0$  al infinito. *b)* Demuestre que, para  $0 < n < 1$ , aunque  $F$  se acerque a cero al hacerse  $x$  muy grande,  $F$  realiza un trabajo infinito cuando la partícula se mueve de  $x = x_0$  al infinito.

**6.75.** Imagine que le piden diseñar amortiguadores de resorte para las paredes de un estacionamiento. Un automóvil de  $1200 \text{ kg}$  que rueda libremente a  $0.65 \text{ m/s}$  no debe comprimir el resorte más de  $0.070 \text{ m}$  antes de detenerse. ¿Qué constante de fuerza debería tener el resorte? Suponga que la masa del resorte es despreciable.

**6.76.** El resorte de un rifle de resorte tiene masa despreciable y una fuerza constante  $k = 400 \text{ N/m}$ . El resorte se comprime  $6.00 \text{ cm}$  y una esfera con masa de  $0.0300 \text{ kg}$  se coloca en el cañón horizontal contra el resorte comprimido. El resorte se libera y la esfera sale por

el cañón. Éste mide  $6.00 \text{ cm}$ , así que la esfera sale de él en el instante en que pierde contacto con el resorte. El rifle se sostiene con el cañón horizontal. *a)* Calcule la rapidez con que la esfera sale del cañón, ignorando la fricción. *b)* Calcule la rapidez con que la esfera sale del cañón, suponiendo que una fuerza de resistencia constante de  $6.00 \text{ N}$  actúa sobre la esfera mientras se mueve dentro del cañón. *c)* Para la situación del inciso *b)*, ¿en qué posición dentro del cañón la esfera tiene mayor rapidez? Determine tal rapidez. (En este caso, la rapidez máxima no se alcanza en el extremo del cañón.)

**6.77.** Un libro de  $2.50 \text{ kg}$  se empuja contra un resorte horizontal de masa despreciable y fuerza constante de  $250 \text{ N/m}$ , comprimiéndolo  $0.250 \text{ m}$ . Al soltarse, el libro se desliza sobre una mesa horizontal que tiene coeficiente de fricción cinética  $\mu_k = 0.30$ . Use el teorema trabajo-energía para averiguar qué distancia recorre el libro desde su posición inicial hasta detenerse.

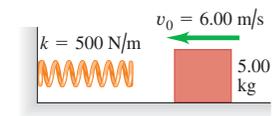
**6.78. Empujar un gato.** Micifuz (masa de  $7.00 \text{ kg}$ ) está tratando de llegar a la parte más alta de una rampa sin fricción de  $2.00 \text{ m}$  de longitud, que tiene una inclinación de  $30.0^\circ$  sobre la horizontal. Puesto que el pobre felino no tiene tracción alguna sobre la rampa, usted lo empuja en todo momento ejerciendo una fuerza constante de  $100 \text{ N}$  paralela a la rampa. Si Micifuz empieza a correr desde más atrás, de modo que tenga una rapidez de  $2.40 \text{ m/s}$  en la base de la rampa, ¿qué rapidez tendrá al llegar a la parte más alta? Use el teorema trabajo-energía.

**6.79. Barrera protectora.** Un estudiante propone un diseño para una barrera contra choques de automóviles consistente en un resorte con masa despreciable capaz de detener una vagoneta de  $1700 \text{ kg}$  que se mueve a  $20.0 \text{ m/s}$ . Para no lastimar a los pasajeros, la aceleración del auto al frenarse no puede ser mayor que  $5.00g$ . *a)* Calcule la constante de resorte  $k$  requerida, y la distancia que el resorte se comprimirá para detener el vehículo. No considere la deformación sufrida por el vehículo ni la fricción entre el vehículo y el piso. *b)* ¿Qué desventajas tiene este diseño?

**6.80.** Un grupo de estudiantes empuja a un profesor de física sentado en una silla provista de ruedas sin fricción, para subirlo  $2.50 \text{ m}$  por una rampa inclinada  $30.0^\circ$  sobre la horizontal. La masa combinada del profesor y la silla es de  $85.0 \text{ kg}$ . Los estudiantes aplican una fuerza horizontal constante de  $600 \text{ N}$ . La rapidez del profesor en la base de la rampa es de  $2.00 \text{ m/s}$ . Use el teorema trabajo-energía para calcular su rapidez en la parte superior de la rampa.

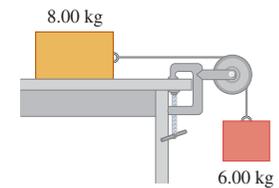
**6.81.** Un bloque de  $5.00 \text{ kg}$  se mueve con  $v_0 = 6.00 \text{ m/s}$  en una superficie horizontal sin fricción hacia un resorte con fuerza constante  $k = 500 \text{ N/m}$  que está unido a una pared (figura 6.36). El resorte tiene masa despreciable. *a)* Calcule la distancia máxima que se comprimirá el resorte. *b)* Si dicha distancia no debe ser mayor que  $0.150 \text{ m}$ , ¿qué valor máximo puede tener  $v_0$ ?

Figura 6.36 Problema 6.81.



**6.82.** Considere el sistema de la figura 6.37. La cuerda y la polea tienen masas despreciables, y la polea no tiene fricción. Entre el bloque de  $8.00 \text{ kg}$  y la mesa, el coeficiente de fricción cinética es  $\mu_k = 0.250$ . Los bloques se sueltan del reposo. Use métodos de energía para calcular la rapidez del bloque de  $6.00 \text{ kg}$  después de descender  $1.50 \text{ m}$ .

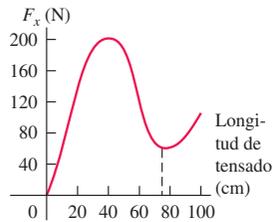
Figura 6.37 Problemas 6.82 y 6.83.



**6.83.** Considere el sistema de la figura 6.37. La cuerda y la polea tienen masas despreciables, y la polea no tiene fricción. El bloque de 6.00 kg se mueve inicialmente hacia abajo, y el bloque de 8.00 kg se mueve a la derecha, ambos con rapidez de 0.900 m/s. Los bloques se detienen después de moverse 2.00 m. Use el teorema trabajo-energía para calcular el coeficiente de fricción cinética entre el bloque de 8.00 kg y la mesa.

**6.84. Arco y flecha.** La figura 6.38 muestra cómo la fuerza ejercida por la cuerda de un arco compuesto sobre una flecha varía en función de qué tan atrás se tira de la flecha (la longitud de tensado). Suponga que la misma fuerza se ejerce sobre la flecha cuando ésta se mueve hacia adelante después de soltarse. El tensado máximo de este arco es una longitud de 75.0 cm. Si el arco dispara una flecha de 0.0250 kg con tensado máximo, ¿qué rapidez tiene la flecha al salir del arco?

Figura 6.38 Problema 6.84.



**6.85.** En una pista de hielo horizontal, prácticamente sin fricción, una patinadora que se mueve a 3.0 m/s encuentra una zona áspera que reduce su rapidez en un 45% debido a una fuerza de fricción que es del 25% del peso de la patinadora. Use el teorema trabajo-energía para determinar la longitud de la zona áspera.

**6.86. Rescate.** Imagine que una amiga (con masa de 65.0 kg) está parada en medio de un estanque congelado. Hay muy poca fricción entre sus pies y el hielo, de modo que no puede caminar. Por fortuna, tiene una cuerda ligera atada a la cintura y usted está en la orilla sosteniendo el otro extremo. Usted tira de la cuerda durante 3.00 s y acelera a su amiga desde el reposo hasta tener una rapidez de 6.00 m/s, mientras usted permanece en reposo. ¿Qué potencia media suministra la fuerza que aplicó?

**6.87.** Se requiere una bomba para elevar 800 kg de agua (aproximadamente 210 galones) por minuto desde un pozo de 14.0 m, expulsándola con una rapidez de 18.0 m/s. a) ¿Cuánto trabajo se efectuará por minuto para subir el agua? b) ¿Cuánto trabajo se efectuará para impartirle la energía cinética que tiene al salir? c) ¿Qué potencia desarrolla la bomba?

**6.88.** Calcule la potencia desarrollada por el obrero del problema 6.71 en función del tiempo. ¿Qué valor numérico tiene la potencia (en watts) en  $t = 4.00$  s?

**6.89.** Una estudiante de física pasa una parte del día caminando entre clases o por esparcimiento, y durante ese tiempo gasta energía a una tasa media de 280 W. El resto del día está sentada en clase, estudiando o descansando; durante estas actividades, gasta energía a una tasa media de 100 W. Si en un día ella gasta en total  $1.1 \times 10^7$  J de energía, ¿cuánto tiempo dedicó a caminar?

**6.90.** Todas las aves, sea cual fuere su tamaño, deben desarrollar continuamente una potencia de entre 10 y 25 watts por kilogramo de masa corporal para volar batiendo las alas. a) El colibrí gigante de los Andes (*Patagona gigas*) tiene una masa de 70 g y aletea 10 veces por segundo al quedar suspendido. Estime el trabajo efectuado por ese colibrí en cada aleteo. b) Un atleta de 70 kg puede desarrollar una potencia de 1.4 kW durante unos cuantos segundos como máximo; el desarrollo constante de potencia de un atleta común es sólo del orden de 500 W. ¿Es posible para un avión de propulsión humana poder volar por periodos largos batiendo las alas? Explique su respuesta.

**6.91.** La presa Grand Coulee tiene 1270 m de longitud y 170 m de altura. La potencia eléctrica producida por los generadores en su base es de aproximadamente 2000 MW. ¿Cuántos metros cúbicos de agua

deben fluir cada segundo desde la parte superior de la presa, para producir esta potencia si el 92% del trabajo realizado sobre el agua por la gravedad se convierte en energía eléctrica? (Cada  $\text{cm}^3$  de agua tiene 1000 kg de masa.)

**6.92.** El motor de un automóvil de masa  $m$  alimenta una potencia constante  $P$  a las ruedas para acelerar el auto. Puede ignorarse la fricción por rodamiento y la resistencia del aire. El auto está inicialmente en reposo. a) Demuestre que la rapidez del auto en función del tiempo es  $v = (2Pt/m)^{1/2}$ . b) Demuestre que la aceleración del auto no es constante, sino que está dada en función del tiempo por  $a = (P/2mt)^{1/2}$ . c) Demuestre que el desplazamiento en función del tiempo es  $x - x_0 = (8P/9m)^{1/2} t^{3/2}$ .

**6.93. Potencia del corazón humano.** El corazón humano es una bomba potente y muy confiable; cada día admite y descarga unos 7500 L de sangre. Suponga que el trabajo que realiza el corazón es igual al requerido para levantar esa cantidad de sangre a la altura media de una mujer estadounidense (1.63 m). La densidad (masa por unidad de volumen) de la sangre es de  $1.05 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>. a) ¿Cuánto trabajo realiza el corazón en un día? b) ¿Qué potencia desarrolla en watts?

**6.94.** Seis unidades diesel en serie pueden suministrar 13.4 MW al primer vagón de un tren de carga. Las unidades diesel tienen una masa total de  $1.10 \times 10^6$  kg. Los vagones tienen una masa media de  $8.2 \times 10^4$  kg y cada uno requiere un tirón horizontal de 2.8 kN para moverse a 27 m/s (constante) en vías horizontales. a) ¿Cuántos vagones puede tener el tren en estas condiciones? b) En tal caso, no sobraría potencia para acelerar ni para subir cuestas. Demuestre que la fuerza adicional requerida para acelerar el tren es aproximadamente la misma para lograr una aceleración de 0.10 m/s<sup>2</sup>, que para subir una pendiente de 1.0% (ángulo de pendiente  $\alpha = \arctan(0.010)$ ). c) Con la pendiente de 1.0%, demuestre que se necesitan 2.9 MW más para mantener la rapidez de 27 m/s de las unidades diesel. d) Con 2.9 MW menos de potencia disponible, ¿cuántos vagones pueden arrastrar las seis unidades diesel subiendo una cuesta constante de 1.0% con rapidez constante de 27 m/s?

**6.95.** Se necesita una fuerza de 53 kN aplicada al primer vagón de un tren de 16 vagones con masa de  $9.1 \times 10^3$  kg, para tirar de él con rapidez constante de 45 m/s (101 mi/h) sobre rieles horizontales. a) ¿Qué potencia debe proporcionar la locomotora al primer vagón? b) ¿Cuánta más potencia que la calculada en a) se necesitaría para impartir al tren una aceleración de 1.5 m/s<sup>2</sup> en el instante en que el tren va a 45 m/s sobre vías horizontales? c) ¿Cuánta más potencia que la calculada en a) se necesitaría para tirar del tren subiendo una cuesta de 1.5% (ángulo de pendiente  $\alpha = \arctan(0.015)$ ) con rapidez constante de 45 m/s?

**6.96.** Varias fuerzas actúan sobre un objeto. Una de ellas es  $\vec{F} = axy\hat{i}$ , una fuerza en la dirección  $x$  cuya magnitud depende de la posición del objeto, con  $a = 2.50$  N/m<sup>2</sup>. Calcule el trabajo realizado por esta fuerza sobre el objeto para cada uno de los siguientes desplazamientos del objeto: a) El objeto parte del punto  $x = 0$ ,  $y = 3.00$  m y se mueve paralelo al eje  $x$  hasta el punto  $x = 2.00$  m,  $y = 3.00$  m. b) El objeto parte del punto  $x = 2.00$  m,  $y = 0$  y se mueve en la dirección  $y$  hasta el punto  $x = 2.00$  m,  $y = 3.00$  m. c) El objeto parte del origen y se mueve sobre la línea  $y = 1.5x$  hasta el punto  $x = 2.00$  m,  $y = 3.00$  m.

**6.97. Ciclismo.** Para una ciclista de ruta, el coeficiente de arrastre  $C(f_{\text{aire}} = \frac{1}{2}CA\rho v^2)$  es 1.00, el área frontal  $A$  es de 0.463 m<sup>2</sup> y el coeficiente de fricción por rodamiento es de 0.0045. Ella tiene una masa de 50.0 kg, y su bicicleta, 12.0 kg. a) Para mantener una rapidez de 12.0 m/s (unas 27 mi/h) en un camino plano, ¿qué potencia debe suministrar la ciclista a la rueda trasera? b) En carreras de velocidad, la misma ciclista usa otra bicicleta con coeficiente de fricción por rodamiento de 0.0030 y masa de 9.00 kg. Además, la ciclista se encorva para reducir su coeficiente de arrastre a 0.88 y su área frontal a 0.366 m<sup>2</sup>. ¿Qué po-

tencia debe suministrar ahora a la rueda trasera para mantener una rapidez de 12.0 m/s? *c*) En la situación del inciso *b*), ¿qué potencia se requiere para mantener una rapidez de 6.0 m/s? Considere la gran reducción en la potencia requerida cuando la rapidez sólo se reduce a la mitad. (Si desea saber más acerca de las limitaciones aerodinámicas de la rapidez para una amplia variedad de vehículos de propulsión humana, véase “The Aerodynamics of Human-Powered Land Vehicles”, *Scientific American*, diciembre de 1983.)

**6.98. Potencia automotriz I.** El motor de un camión transmite 28.0 kW (37.5 hp) a las ruedas de tracción cuando el camión viaja con velocidad constante de magnitud 60.0 km/h (37.3 mi/h) sobre una carretera horizontal. *a*) Determine la fuerza de resistencia que actúa sobre el camión. *b*) Suponga que el 65% de tal fuerza se debe a la fricción por rodamiento, y el resto, a la resistencia del aire. Si la fuerza de fricción por rodamiento es independiente de la rapidez y la fuerza de resistencia del aire es proporcional al cuadrado de la rapidez ¿qué potencia impulsará el camión a 30.0 km/h? ¿Y a 120 km/h? Dé sus respuestas en kilowatts y en caballos de potencia.

**6.99. Potencia automotriz II.** *a*) Si se requieren 8.00 hp para impulsar un automóvil de 1800 kg a 60.0 km/h en una carretera horizontal, calcule la fuerza retardante total debida a la fricción, la resistencia del aire, etcétera. *b*) ¿Qué potencia se requiere para impulsar el auto a 60.0 km/h hacia arriba en una pendiente de 10.0% (que sube 10.0 m por cada 100.0 m de distancia horizontal)? *c*) ¿Qué potencia se requiere para impulsar el auto a 60.0 km/h en una bajada de 1.00%? *d*) ¿Qué inclinación debe tener una pendiente para que el auto avance a 60.0 km/h sin motor?

### Problemas de desafío

**6.100.** En un día invernal en Maine, un bodeguero está empujando cajas hacia arriba, por una tabla áspera inclinada con un ángulo  $\alpha$  sobre la horizontal. La tabla está cubierta en parte con hielo, y hay más hielo cerca de la base de la tabla que cerca del tope, de modo que el coeficiente de fricción aumenta con la distancia  $x$  a lo largo de la tabla:  $\mu = Ax$ , donde  $A$  es una constante positiva y la base de la tabla está en  $x = 0$ . (Para esta tabla, los coeficientes de fricción cinética y estática son iguales,  $\mu_k = \mu_s = \mu$ .) El bodeguero empuja una caja tabla arriba, de modo que sale de la base de la tabla con rapidez  $v_0$ . Demuestre que cuando la caja se detiene, permanecerá en reposo si

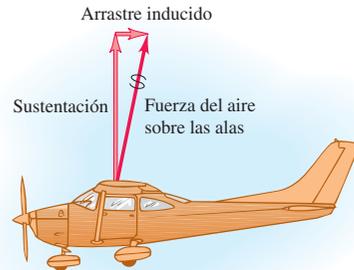
$$v_0^2 \geq \frac{3g \operatorname{sen}^2 \alpha}{A \cos \alpha}$$

**6.101. Un resorte con masa.** Normalmente ignoramos la energía cinética de las espiras en movimiento de un resorte; sin embargo, intentemos obtener una aproximación razonable de esta cantidad. Considere un resorte de masa  $M$ , longitud en equilibrio  $L_0$  y constante de resorte  $k$ . El trabajo efectuado para estirar o comprimir el resorte en una distancia  $L$  es  $\frac{1}{2}kX^2$ , donde  $X = L - L_0$ . *a*) Considere que el resorte descrito tiene un extremo fijo y el otro moviéndose con rapidez  $v$ . Suponga que la rapidez de los puntos a lo largo del resorte varía linealmente con la distancia  $l$  medida desde el extremo fijo. Suponga también que la masa  $M$  del resorte se distribuye uniformemente a lo largo del mismo. Calcule la energía cinética del resorte en términos de  $M$  y  $v$ . (*Sugerencia:* divida el resorte en segmentos de longitud  $dl$ ; determine la rapidez de cada segmento en términos de  $l$ ,  $v$  y  $L$ ; calcule la masa de cada segmento en términos de  $dl$ ,  $M$  y  $L$ , e integre desde 0 hasta  $L$ . El resultado *no* es  $\frac{1}{2}Mv^2$ , ya que no todo el resorte se mueve con la misma rapidez.) En un rifle de resorte, un resorte de masa 0.243 kg y fuerza constante 3200 N/m se comprime 2.50 cm con respecto a su longitud no estirada. Cuando se tira del gatillo, el resorte

empuja horizontalmente una esfera de 0.053 kg. El trabajo efectuado por la fricción es despreciable. Calcule la rapidez de la esfera cuando el resorte recupera su longitud no comprimida *b*) despreciando la masa del resorte; *c*) incluyendo, con ayuda de los resultados del inciso *a*), la masa del resorte. *d*) En el inciso *c*), ¿qué energía cinética final tienen la esfera y el resorte?

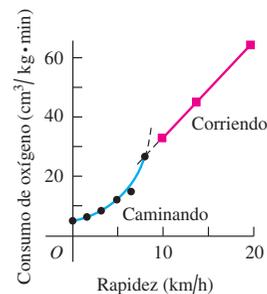
**6.102.** Un avión en vuelo está sujeto a una fuerza de resistencia del aire proporcional al cuadrado de su rapidez  $v$ . Sin embargo, hay una fuerza de resistencia adicional porque el avión tiene alas. El aire que fluye sobre las alas es empujado hacia abajo y ligeramente hacia adelante de modo que, por la tercera ley de Newton, el aire ejerce una fuerza sobre las alas y el avión que es hacia arriba y ligeramente hacia atrás (figura 6.39). La fuerza hacia arriba es la fuerza de sustentación que mantiene al avión en vuelo, en tanto que la fuerza hacia atrás se denomina *arrastre inducido*. A las rapideces de vuelo, el arrastre inducido es inversamente proporcional a  $v^2$ , así que la fuerza de resistencia total del aire se puede expresar como  $F_{\text{aire}} = \alpha v^2 + \beta/v^2$ , donde  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes positivas que dependen de la forma y tamaño del avión y de la densidad del aire. Para un Cessna 150, un avión pequeño de un solo motor,  $\alpha = 0.30 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$  y  $\beta = 3.5 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$ . En vuelo estable, el motor debe suministrar una fuerza hacia adelante que equilibre exactamente la fuerza de resistencia del aire. *a*) Calcule la rapidez (en km/h) a la que este avión tiene el *alcance* máximo (es decir, viaja mayor distancia) para una cantidad dada de combustible. *b*) Calcule la rapidez (en km/h) con la que el avión tendrá *permanencia* máxima en el aire.

Figura 6.39 Problema de desafío 6.102.



**6.103.** La figura 6.40 muestra la tasa de consumo de oxígeno de hombres que caminan y corren a diferentes rapideces. El eje vertical indica volumen de oxígeno (en  $\text{cm}^3$ ) que un hombre consume por kilogramo

Figura 6.40 Problema de desafío 6.103.



de masa corporal por minuto. Observe la transición de caminar a correr que se da naturalmente cerca de los 9 km/h. El metabolismo de 1 cm<sup>3</sup> de oxígeno libera unos 20 J de energía. Con los datos de la gráfica, obtenga la energía requerida para que un hombre de 70 kg viaje 1 km a pie con cada una de las siguientes rapidezces: *a*) 5 km/h (caminando); *b*) 10 km/h (corriendo); *c*) 15 km/h (corriendo). *d*) ¿Cuál rapidez es la más eficiente, es decir, requiere menor energía para viajar 1 km?

**6.104. Demostración general del teorema trabajo-energía.** Considere una partícula que se mueve siguiendo una trayectoria curva en el espacio desde  $(x_1, y_1, z_1)$  hasta  $(x_2, y_2, z_2)$ . En el punto inicial, la partícula tiene velocidad  $\vec{v} = v_{1x}\hat{i} + v_{1y}\hat{j} + v_{1z}\hat{k}$ . La trayectoria se puede dividir en segmentos infinitesimales  $d\vec{l} = dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}$ .

Mientras la partícula se mueve, actúa sobre ella una fuerza neta  $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$ . Las componentes de fuerza  $F_x$ ,  $F_y$  y  $F_z$  son, en general, funciones de la posición. Por la misma sucesión de pasos empleada en las ecuaciones (6.11) a (6.13), demuestre el teorema trabajo-energía para este caso general. Es decir, demuestre que

$$W_{\text{tot}} = K_2 - K_1$$

donde

$$W_{\text{tot}} = \int_{(x_1, y_1, z_1)}^{(x_2, y_2, z_2)} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{(x_1, y_1, z_1)}^{(x_2, y_2, z_2)} (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$